



УДК 51-74

М. Т. Рзиева, Э. И. Цветков

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Метрологический анализ результатов измерений длительности локального сигнала на фоне аддитивной помехи с использованием имитационного моделирования

Рассматривается процедура измерения длительности локального сигнала на фоне стационарной помехи и нестационарной помехи. Сравнивается точность измерения длительности локального сигнала, возникающего в случайный момент времени на фоне нестационарной помехи, с неадаптивным пороговым уровнем и с адаптацией порогового уровня обнаружения к характеру изменения нестационарной помехи.

Локальный сигнал, измерение длительности сигнала, имитационное моделирование, стационарная помеха, нестационарная помеха, пороговый уровень без адаптации, адаптивный пороговый уровень, оценка интервальной вероятности

Вопросу обнаружения сигналов на фоне помех посвящено немало работ ([1]–[3] и др.) в силу того, что задача обнаружения сигналов представлена в различных областях – локации, дефектоскопии, при идентификации и пр. После обнаружения локального сигнала в большом числе случаев возникает необходимость измерения его параметров. Однако в метрологии задача измерения параметров локальных сигналов исследована недостаточно, и, соответственно, эта проблема остается актуальной. В [4], [5] показано, что одним из эффективных методов исследования процедур измерения параметров локальных сигналов является машинный эксперимент (имитационное моделирование – ИМ), который позволяет получить результаты в ситуациях, когда это невозможно на основе расчетов или физического эксперимента.

Процедура измерения параметров локальных сигналов носит двухэтапный характер – сначала необходимо обнаружить локальный сигнал, а затем измерять его параметры [4], [5]. Измерение различных параметров сигнала напрямую связано с измерением длительности. Поскольку в общем случае на вход измерительного устройства помимо самого локального сигнала поступает еще и

аддитивная помеха $n(t)$, модель входного воздействия $u(t)$ может быть представлена [4] как

$$u(t) = s(t) + n(t), \quad (1)$$

где $u(t)$ – сумма локального сигнала и помехи (t – отсчеты времени); $s(t)$ – локальный сигнал; $n(t)$ – помеха со свойствами стационарности или нестационарности в зависимости от характера рассматриваемой задачи.

Проведение процедуры измерения длительности локального сигнала на основе ИМ предполагает использование встроенных программных генераторов случайных чисел. Такие генераторы выбрасывают случайные числа, подчиняющиеся нормальному либо равномерному законам распределения вероятности $w(x)$ на интервале $[a, b]$, где x – случайное число. В этом случае выражение (1) примет вид

$$\{u_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{s_j(t_s) + n_j(t_s)\}_{s=1}^N,$$

где N – объем выборки, выбрасываемый генератором случайных чисел в j -м измерительном эксперименте; $s_j(t_s)$ – локальный сигнал, определенный на области существования $[T_1, T_2]$; ин-

декс s – отсчеты в генерируемой выборке; $\{u_j(t_s)\}_{s=1}^N$ – сумма локального сигнала и помехи соответственно.

Локальный сигнал – это сигнал, определяемый на ограниченной области. Локальный сигнал $s(t)$ имеет различную форму и существует на ограниченном интервале $t_1 < t < t_2$. Общая форма представления локального сигнала:

$$s(t) = \begin{cases} 0, & t < t_1 \\ \neq 0, & t_1 < t < t_2 \\ 0, & t > t_2 \end{cases}$$

Предполагается, что локальный сигнал возникает в случайный момент времени t_p и существует на установленном интервале времени $\Delta T_{\text{длит}} = n\Delta t_d$, где n – заданное значение; Δt_d – шаг дискретизации.

Измерение длительности локального сигнала на фоне стационарной помехи. Рассматривается задача, когда $n_j(t_s) = n_{cj}(t_s)$ – стационарный гауссов процесс с математическим ожиданием, равным нулю ($M[n_j(t_s)] = 0$), и средним квадратичным отклонением (СКО), равным единице $\sigma_{n_c} = 1$ (далее (0; 1)). Таким образом, известен одномерный закон плотности распределения вероятности $w(n_j(t_s))$ и числовые вероятностные характеристики имитируемой последовательности $n_j(t_s)$, что и составляет априорные знания.

Требуется измерить длительность локального сигнала и оценить вероятностные характеристики погрешности результата ее измерения.

Определяется пороговый уровень U_p обнаружения локального сигнала при допустимой вероятности ложных измерений (ЛИ) $P_{\text{ЛИ}} = 0.05$ (1 ЛИ на 20 циклов).

С помощью машинного эксперимента (ИМ) найден тот порог, при котором среднее число ложных измерений $N_{\text{ЛИ}}$ на 20 циклов не превышает единицы.

Пороговый уровень обнаружения сигналов на фоне стационарной помехи со СКО $\sigma_{n_c} = 1$:

$$U_p = 3.5. \quad (2)$$

Определяются оценки математического ожидания $M^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*]$, дисперсии $D^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*]$ и СКО $\sigma^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*]$ погрешности $\Delta T_{\text{ЛС}j}^*$ результата измерения длительности локального сигнала [6]:

$$M^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Delta T_{\text{ЛС}j}^*,$$

$$D^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\Delta T_{\text{ЛС}j}^* - M^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*] \right)^2,$$

$$\sigma^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*] = \sqrt{D^*[\Delta T_{\text{ЛС}j}^*]}.$$

Процедуру получения погрешности измерения можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\{ \{u_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow t_{sj}^* \max, t_{sj}^* \min \rightarrow T_{\text{ЛС}j}^* \right. \\ \left. = t_{sj}^* \max - t_{sj}^* \min \rightarrow \Delta T_{\text{ЛС}j}^* = T_{\text{ЛС}j}^* - T_{\text{ЛС}} \right\}_{j=1}^k, \quad (3) \end{aligned}$$

где $t_{sj}^* \min$, $t_{sj}^* \max$ – моменты времени, при которых происходят первое и последнее превышения порогового уровня на интервале заданного значения длительности $\Delta T_{\text{длит}} = T_{\text{ЛС}}$ в j -м измерительном эксперименте; $T_{\text{ЛС}j}^*$ – измеренное значение длительности локального сигнала; $T_{\text{ЛС}}$ – истинное (заданное) значение длительности; k – число измерений, достаточное для оценки вероятностных характеристик.

Сформирована оценка интервальной вероятности $P_{\Delta T_{\text{ЛС}j}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$ попадания погрешности $\Delta T_{\text{ЛС}j}^*$ измерения в заданный интервал $[\Delta_h; \Delta_b]$, где $\Delta_h = -3\Delta t_d$ – нижняя граница интервала, $\Delta_b = 0$ – верхняя граница интервала: $P_{\Delta T_{\text{ЛС}j}^*}^* \times$

$$\times [\Delta T_{\text{ЛС}j}^* \in [\Delta_h, \Delta_b]] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Delta \Psi [\Delta T_{\text{ЛС}j}^* / \Delta_h, \Delta_b],$$

$$\text{где } \Delta \Psi = \begin{cases} 1, & \Delta T_{\text{ЛС}j}^* \in [\Delta_h, \Delta_b] \\ 0, & \Delta T_{\text{ЛС}j}^* \notin [\Delta_h, \Delta_b] \end{cases}$$

Локальный сигнал имеет заданную форму импульса – прямоугольную. $T_{\text{ЛС}} = 40$, $N = 10\,000$, $k = 1000$.

Результаты оценивания $M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$, $\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$ и $P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$ для локального сигнала (ЛС) заданной формы и при различном соотношении сигнал/шум A/σ_n , где A – амплитуда сигнала, σ_n – СКО помехи, сведены в табл. 1.

Таблица 1

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$
1/1	-39.81	1.83	0
3/1	-4.37	3.66	0.5

Представлен результат моделирования прямоугольного импульса на фоне стационарной помехи, $U_p = 3.5$ (рис. 1).

Из табл. 1 видно, что при большой систематической погрешности ее флюктуации (дисперсия) малы. Большая систематическая погрешность возникает при малой амплитуде ЛС, так как порог для такой амплитуды высокий и происходит пропуск сигнала.

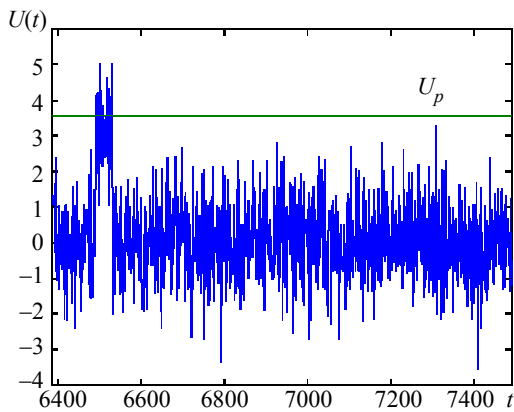


Рис. 1

Измерение длительности ЛС на фоне нестационарной помехи. Рассматривается задача, когда аддитивная помеха представляет собой нестационарный процесс с нулевым математическим ожиданием

$$n_j(t_s) = a(t_s)n_{cj}(t_s),$$

где $a(t_s) = a_n \sin(w_n t_s)$, a_n и w_n – амплитуда и частота модулирующей функции соответственно; $n_{cj}(t_s)$ – стационарный гауссов шум (0; 1).

Таким образом, нестационарная помеха представляет собой:

$$n_j(t_s) = a_n \sin(w_n t_s)n_{cj}(t_s). \quad (4)$$

Сумма ЛС и нестационарной помехи будет описываться выражением

$$u_j(t_s) = s_j(t_s) + n_j(t_s) = s_j(t_s) + a_n \sin(w_n t_s)n_{cj}(t_s).$$

С помощью ИМ найден пороговый уровень обнаружения сигналов на фоне нестационарной помехи при тех же требованиях по $P_{ЛД}$:

1) при амплитуде a_n модулирующей функции, равной 1:

$$U_p = 3.2; \quad (5)$$

2) при амплитуде $a_n = 2$:

$$U_p = 6.6; \quad (6)$$

3) при амплитуде $a_n = 5$:

$$U_p = 16.3. \quad (7)$$

Определено СКО нестационарной помехи (4) при амплитуде модулирующей функции, равной $a_n = 1; 2; 5$.

СКО синусоиды равно $\sigma_{\sin} = 0.707$, СКО стационарной помехи $\sigma_{nc} = 1$. Следовательно, СКО нестационарной помехи при $a_n = 1$ равно $\sigma_{нст1} = 0.707$:

$$n_j(t_s) = n_{cj}(t_s)a_n \sin(w_n t_s) = n_{cj}(t_s)1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{500}t_s\right);$$

При $a_n = 2$ $\sigma_{нст2} = 1.414$.

При $a_n = 5$ $\sigma_{нст5} = 3.535$.

В табл. 3–7 при различных значениях a_n СКО нестационарной помехи для удобства записи равны округленным значениям: $\sigma_n = \sigma_{нст1} = 0.7$; $\sigma_n = \sigma_{нст2} = 1.4$; $\sigma_n = \sigma_{нст5} = 3.5$.

Для определения погрешности измерения длительности ЛС на фоне нестационарной помехи (4) процедуру (3) проводят двумя способами:

1. *Без адаптации порогового уровня* к нестационарному характеру изменения суммы полезного сигнала и помехи – неадаптивный пороговый уровень (5), (6).

Результаты оценивания погрешности с неадаптивным пороговым уровнем при различной амплитуде импульса ЛС и различной амплитуде модулирующей функции сведены в табл. 2–4, где $T_{ЛС} = 40$, $N = 10\,000$, $k = 1000$ при $a_n = 1$ – в табл. 2; $a_n = 2$ – в табл. 3; $a_n = 5$ – в табл. 4.

Представлен результат моделирования прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n = 2$ с неадаптивным порогом $U_p = 6.6$ (рис. 2).

Таблица 2

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$
1/0.7	-39.81	2.00	0.001
3/0.7	8.29	10.55	0.482

Таблица 3

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$
1/1.4	-40	0	0
5/1.4	-20.13	14.94	0.122

Таблица 4

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$
1/3.5	-40	0	0
5/3.5	-39.98	0.50	0
10/3.5	-30.14	12.78	0.031
15/3.5	-8.77	10.66	0.443

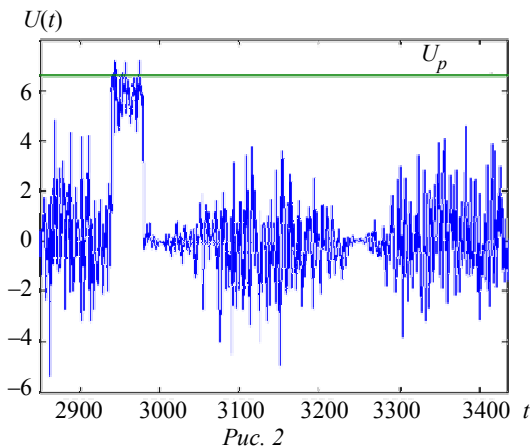


Рис. 2

2. С адаптацией порогового уровня к нестационарному характеру помехи (адаптивный пороговый уровень).

Определяется следующим образом: так как нестационарная помеха меняет свои вероятностные характеристики во времени, то соотношение сигнал/шум также будет меняться в каждый момент времени. Поэтому при нестационарной помехе необходимо вводить адаптацию, например с использованием скользящего оценивания дисперсии нестационарной помехи.

Текущее значение порогового уровня определяется по формуле

$$U_{pi}(t) = U_p(n_c) \sigma_n^*(t_i),$$

где $U_p(n_c)$ – значение порогового уровня при стационарной помехе (2); $\sigma_n^*(t_i)$ – оценка текущего значения СКО.

Представлен результат моделирования прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n = 2$ с адаптивным пороговым уровнем (рис. 3).

Представлен результат моделирования прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи при $a_n = 5$ с адаптивным пороговым уровнем (рис. 4).

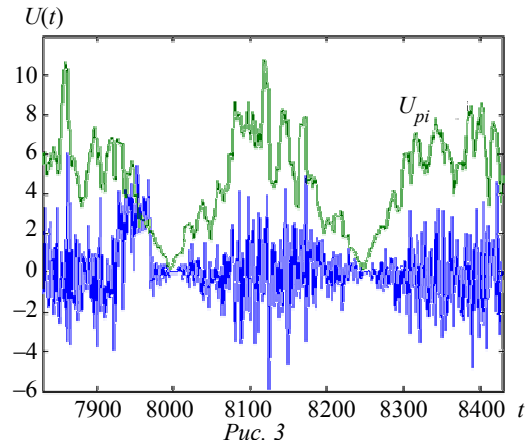


Рис. 3

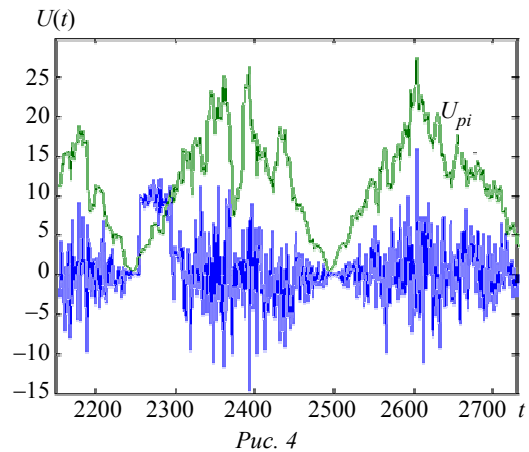


Рис. 4

Результаты расчета погрешности с адаптивным пороговым уровнем при различной амплитуде импульса ЛС и различной амплитуде модулирующей функции сведены в табл. 5–7, где $T_{ЛС} = 40$, $N = 10\,000$, $k = 1000$ при $a_n = 1$ – в табл. 5; $a_n = 2$ – в табл. 6; $a_n = 5$ – в табл. 7.

Таблица 5

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$
1/0.7	257.16	16.03	0.151
3/0.7	7.44	2.72	0.825

Таблица 6

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_h; \Delta_b]$
1/1.4	-33.93	10.99	0.015
5/1.4	-3.41	4.97	0.682

Таблица 7

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{ЛС j}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{ЛС j}^*]$	$P_{\Delta T_{ЛС j}^*}^*[\Delta_b; \Delta_b]$
1/3.5	-37.80	4.89	0
5/3.5	-25.24	16.27	0.175
10/3.5	-7.29	9.70	0.516
10/3.5	-7.29	9.70	0.516
15/3.5	-1.52	2.73	0.848

Сравнение результатов, приведенных в табл. 2–7, показывает, что измерение длительности ЛС с адаптивным пороговым уровнем приводит к получению более точных результатов.

Приведенные расчетные данные являются частью результатов разработки унифицированной программной системы «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками», построенной на основе программной системы MatLAB (свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2014619580). Пользователь задает в реализованную программную систему форму импульса, длительность сигнала, амплитуду ЛС и наблюдает результаты на экране численно и графически.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М.: Сов. радио, 1960. 441 с.
2. Френкс Л. Теория сигналов / пер. с англ. под ред. Д. Е. Вакмана. М.: Сов. радио, 1974. 344 с.
3. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 3: Обработка сигналов радио- и гидролокации и прием случайных гауссовых сигналов на фоне помех / пер. с англ. под ред. проф. В. Т. Горянова. М.: Сов. радио, 1977. 662 с.
4. Цветков Э. И. Расчетный метрологический анализ результатов измерений амплитуды локальных сигналов / Вестн. Сев.-Зап. отделения Метрологической академии. 2012. Вып. 28. С. 5–10.
5. Минина А. А., Цветков Э. И. Измерение длительности локальных сигналов при наличии аддитивных помех // Приборы. 2013. № 2. С. 40–44.
6. Цветков Э. И. Основы математической метрологии. СПб.: Политехника, 2005. 510 с.

M. T. Rzieva, E. I. Tsvetkov

Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

THE METROLOGICAL ANALYSIS OF RESULTS OF MEASUREMENTS OF DURATION OF A LOCAL SIGNAL IN THE PRESENCE OF AN ADDITIVE NOISE WITH USE OF SIMULATION MODELING

The procedure of measuring of duration of a local signal in the presence of an stationary noise and of an nonstationary noise is considered. Measuring accuracy of duration of the local signal arising in an accidental timepoint in the presence of an nonstationary noise with using of a not adaptive trigger level and adaptive trigger level of detection to nature of change of a nonstationary noise is compared.

Local signal, measurement of duration of a signal, simulation modeling, stationary noise, nonstationary noise, the trigger level without adaptation, the adaptive trigger level, an assessment of interval probability