



УДК 621.313.

М. А. Ваганов, Ю. М. Моисеева, И. А. Пименова
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Синхронный неявнополюсный двигатель при учёте активного сопротивления обмотки статора

Рассматривается математическая модель синхронных неявнополюсных двигателей, составленная при учёте активного сопротивления обмотки статора и позволяющая выявить ряд особенностей этих двигателей в общем случае, безотносительно к их мощности и скорости вращения. Такая модель даёт также возможность получить количественную оценку значений угла нагрузки, перегрузочной способности и коэффициента мощности двигателя.

Относительный параметр, коэффициент возбуждения, функции тока, угла нагрузки, активной и электромагнитной мощностей, угловая характеристика, КПД статора, оптимальное значение коэффициента мощности генератора

В синхронных машинах активное сопротивление обмотки статора r_1 , как правило, на порядки меньше синхронного индуктивного сопротивления x_d обмотки статора по продольной оси и падение напряжения на сопротивлении r_1 пренебрежимо мало по сравнению с падениями напряжения на синхронных индуктивных сопротивлениях x_d и x_q обмотки статора по продольной d и поперечной q осям соответственно. По этой причине при исследовании установившихся режимов работы синхронных машин в большинстве случаев активное сопротивление обмотки статора r_1 не учитывается.

Синхронные двигатели работают, как правило, от сети с фиксированным напряжением, и поэтому уравнение напряжения по второму закону Кирхгофа для одной из фаз обмотки статора может быть записано в следующем виде:

$$+\dot{E}_1 = \dot{I}_1 r_1 + jx_d \dot{I}_1, \quad (1)$$

где \dot{U}_c – вектор фазного напряжения сети; \dot{E}_1 – вектор ЭДС возбуждения, индуцированной в обмотке статора потоком возбуждения Φ_2 ; \dot{I}_1 – вектор фазного тока обмотки статора.

Вводя обозначение $(-\dot{U}_c) = \dot{U}_1$, выражение (1) перепишем в форме

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_1 + \dot{I}_1 r_1 + jx_d \dot{I}_1. \quad (2)$$

На основании выражения (2) построена векторная диаграмма синхронного неявнополюсного двигателя (СНД) при перевозбуждении, представленная на рис. 1. На векторной диаграмме приняты следующие обозначения: d_3 – продольная ось эквивалентного генератора сети; d, q – продольная и поперечная \dot{U}_c оси рассматриваемого синхронного двигателя; φ_1 – фаза вектора тока \dot{I}_1 относительно вектора напряжения \dot{U}_1 ; θ – угол нагрузки; ψ_1 – фаза вектора тока \dot{I}_1 относительно вектора ЭДС возбуждения \dot{E}_1 . Используя эту векторную диаграмму, составим систему алгебраических уравнений в проекциях на линию вектора напряжения \dot{U}_1 и на направление, ему перпендикулярное:

$$E_1 \cos \theta - I_1 x_d \sin \varphi_1 + I_1 r_1 \cos \varphi_1 = U_1, \quad (3)$$

$$E_1 \sin \theta - I_1 x_d \cos \varphi_1 - I_1 r_1 \sin \varphi_1 = 0. \quad (4)$$

Решение этих уравнений относительно тока обмотки статора I_1 и угла нагрузки θ имеет вид

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1} F_I, \quad (5)$$

$$\theta = \arccos F_\theta, \quad (6)$$

$$F_I = \frac{(\cos \varphi_1 - x_{d*} \sin \varphi_1) \mp \sqrt{k_B^2 (1 + x_{d*}^2) - (x_{d*} \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1)^2}}{1 + x_{d*}^2}, \quad (7)$$

$$F_\theta = \frac{1}{k_B} [1 - F_I (\cos \varphi_1 - x_{d*} \sin \varphi_1)], \quad (8)$$

$$x_{d*} = x_d / r_1, \quad (9)$$

$$k_B = E_1 / U_1, \quad (10)$$

где F_I – функция тока обмотки статора; F_θ – функция угла нагрузки; x_{d*} – относительный параметр; k_B – коэффициент возбуждения.

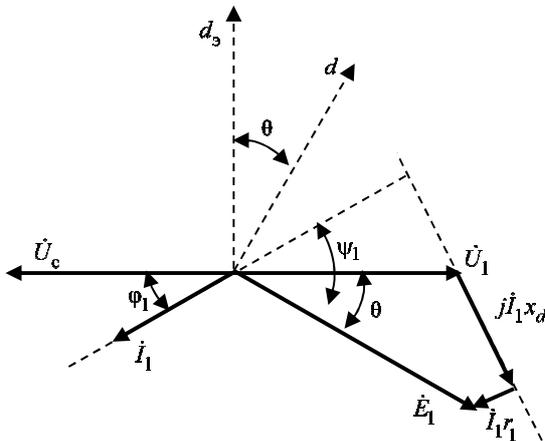


Рис. 1

Поскольку напряжение сети U_1 фиксировано, то коэффициент возбуждения по выражению (10) характеризует уровень ЭДС возбуждения СНД относительно данного напряжения. Относительный параметр x_{d*} , как и в синхронных неявнополюсных генераторах [1], коррелируется с мощностью СНД.

Функция тока СНД с возрастанием параметра x_{d*} монотонно снижается, как и для СНГ, и поэтому ограничимся сравнением функций тока F_I для СНД и СНГ. С этой целью на рис. 2 построены зависимости $F_I = f(x_{d*})$ при $k_B = 1.1$ и 1.7 на каждом из рисунков и для двух значений коэффициента мощности $\cos \varphi_1 = 1.0$ и 0.8 (части *a* и *b* соответственно). На рис. 2 сплошные линии соответствуют СНГ, а штриховые – СНД (кривые 1 соответствуют $k_B = 1.1$, а кривые 2 – $k_B = 1.7$).

Из сравнения рис. 2, *a* и 2, *б* видно, что во всех случаях, т. е. при разных значениях коэффициента k_B , указанные кривые с увеличением параметра x_{d*} сближаются и при $x_{d*} > 10$ практически совпадают. Формально это означает, что в

синхронных неявнополюсных машинах мощностью до нескольких киловатт, т. е. при $x_{d*} < 10$ в двигательном и генераторном режимах работы, токи обмотки статора могут различаться в несколько раз за счёт тока холостого хода синхронного двигателя, который у аналогичного синхронного генератора, работающего параллельно с сетью, при холостом ходе отсутствует.

Угол нагрузки СНД определяется выражениями (6) и (8). В действительности, как это будет показано далее, эти выражения определяют не реальный физический угол нагрузки θ между продольными осями роторов эквивалентного генератора сети и данного синхронного двигателя, а угол, характеризующий изменение активной мощности, потребляемой этим синхронным двигателем из сети. Поэтому для удобства в обозначение угла введён индекс «*p*».

На рис. 3 графически представлены для сравнения совмещённые зависимости $\theta_p = f(x_{d*})$ СНД и СНГ при $k_B = 1.1$ и 1.7 (кривые 1 и 2 соответственно) и для двух значений коэффициента мощности $\cos \varphi_1 = 1.0$ (нормальное возбуждение) и 0.8 при перевозбуждении (части *a* и *б* соответственно).

В отличие от аналогичной зависимости для СНГ [1] графики функции $\theta_p = f(x_{d*})$ для СНД (пунктирные) начинаются не из начала координат и в дальнейшем по мере возрастания параметра x_{d*} угол нагрузки θ достаточно быстро уменьшается, стремясь к некоторому установившемуся относительно параметра x_{d*} значению $\theta_{py}(k_B, \cos \varphi_1)$, зависящему от коэффициента нагрузки k_B и коэффициента мощности $\cos \varphi_1$. Значение угла нагрузки $\theta_{py}(k_B, \cos \varphi_1)$ может быть получено на основании выражений (6) и (8)

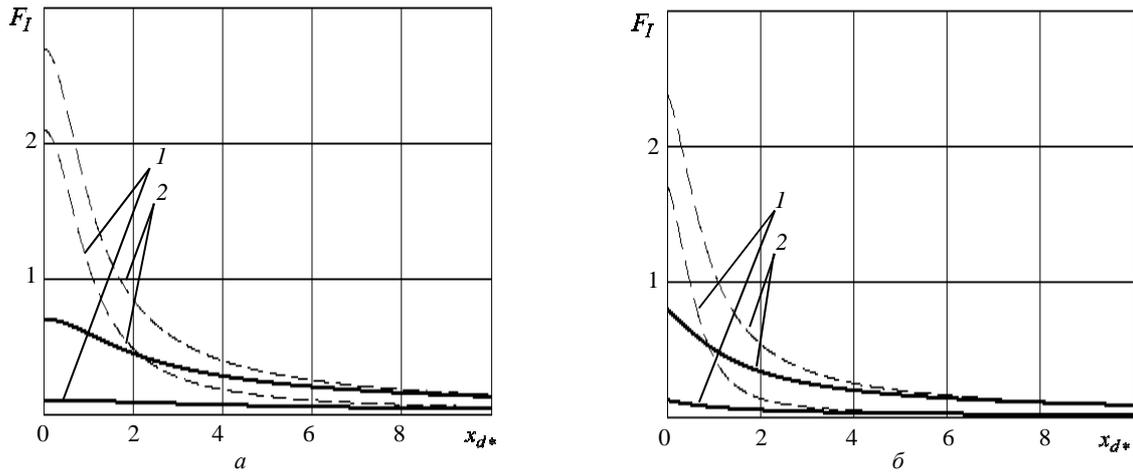


Рис. 2

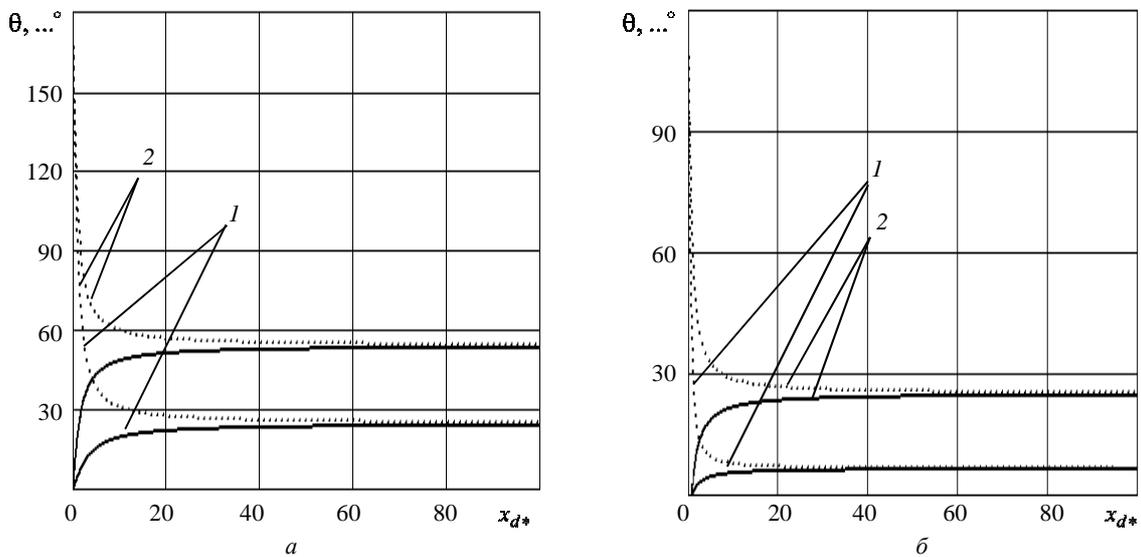


Рис. 3

в предположении, что $x_{d*} \rightarrow \infty$, т. е.
 $\theta_{py}(k_B, \cos \varphi_1) = \lim_{x_{d*} \rightarrow \infty} \arccos F_\theta$. Подставив (8)
 в это выражение, после необходимых преобразований получим

$$\theta_{py}(k_B, \cos \varphi_1) = \arccos \left[\frac{1}{k_B} \left(\cos^2 \varphi_1 + \sin \varphi_1 \sqrt{k_B^2 - \cos^2 \varphi_1} \right) \right].$$

Подставив $x_{d*} = 0$ в выражения (6) и (8), получим выражение, определяющее начальное в плоскости x_{d*} значение угла нагрузки

$$\theta_p(x_{d*} = 0) = \arccos F_{\theta p} = \arccos \left(\frac{1}{k_B} \left(\sin^2 \varphi_1 - \cos \varphi_1 \sqrt{k_B^2 - \sin^2 \varphi_1} \right) \right).$$

Увеличение коэффициента возбуждения k_B сопровождается смещением кривых $\theta_p = f(x_{d*})$

вверх. При снижении коэффициента мощности $\cos \varphi_1$ графики функции угла нагрузки θ смещаются вниз, так как при этом уменьшается активная мощность синхронной машины, а следовательно, и соответствующий ей угол нагрузки.

Из представленных на рис. 3 графиков видно, что с увеличением относительного параметра x_{d*} кривые $\theta_p = f(x_{d*})$, построенные для СНГ (сплошные) и СНД (пунктирные) при прочих равных условиях, т. е. при одинаковых значениях коэффициентов возбуждения k_B и мощности $\cos \varphi_1$, при увеличении параметра x_{d*} достаточно быстро сближаются и при некотором значении x_{d*} практически совпадают. Это значение параметра x_{d*} зависит от коэффициентов возбуждения k_B и мощности $\cos \varphi_1$. Синхронные неявнополюсные машины мощностью в десятки кило-

ватт в двигательном и генераторном режимах работы имеют одинаковые значения угла нагрузки и одинаковые значения тока обмотки статора. Но зато при $x_{d*} < 40$ разными будут как углы нагрузки, так и токи обмоток статора, поскольку начинает сказываться влияние активного сопротивления обмотки статора r_1 .

Решение системы уравнений (3) и (4) относительно активной $I_1 \cos \varphi_1$ и реактивной $I_1 \sin \varphi_1$ составляющих тока обмотки статора имеет вид

$$\cos \varphi_1 = \frac{U_1}{r_1} \frac{(1 - k_B \cos \theta) + k_B x_{d*} \sin \theta}{1 + x_{d*}^2}, \quad (11)$$

$$I_1 \sin \varphi_1 = \frac{U_1}{r_1} \frac{(k_B \cos \theta - 1) x_{d*} - k_B \sin \theta}{1 + x_{d*}^2}, \quad (12)$$

и отсюда действующее значение тока обмотки статора СНД $I_1 = \sqrt{(I_1 \sin \varphi_1)^2 + (I_1 \cos \varphi_1)^2}$. Принимая во внимание (11) и (12), получим следующее окончательное выражение для тока обмотки статора СНД, учитывающее активное сопротивление обмотки статора

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1} \sqrt{\frac{k_B^2 - 2k_B \cos \theta + 1}{1 + x_{d*}^2}}. \quad (13)$$

Выражения (11)–(13) определяют соответствующие токи обмотки статора СНД в функции угла нагрузки θ . Из сравнения выражений (5) и (13) получим ещё одно выражение для функции тока СНД

$$F_{I\theta} = \sqrt{\frac{k_B^2 - 2k_B \cos \theta + 1}{1 + x_{d*}^2}}, \quad (14)$$

но в зависимости от угла нагрузки СНД θ с учётом возможного изменения коэффициента возбуждения k_B и по-прежнему в плоскости основного относительного параметра x_{d*} .

Активная мощность на зажимах обмотки статора синхронного двигателя $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1$ (m_1 – число фаз обмотки статора). Электромагнитная мощность $P_{эм}$, передаваемая вращающимся магнитным полем через воздушный зазор от статора к ротору, может быть представлена как разность активной мощности P_1 и электрических потерь в обмотке статора $P_{м1} = m_1 I_1^2 r_1$. И тогда $P_{эм} = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 - m_1 I_1^2 r_1$. При учёте (11), (13) и (14) получим

$$P_1 = m_1 \frac{U_1^2}{r_1} F_{p\theta}, \quad P_{эм} = m_1 \frac{U_1^2}{r_1} F_{M\theta}, \quad (15)$$

$$F_{p\theta} = \frac{1}{1 + x_{d*}^2} - \frac{k_B}{1 + x_{d*}^2} \cos \theta + \frac{k_B x_{d*}}{1 + x_{d*}^2} \sin \theta, \quad (16)$$

$$F_{M\theta} = F_{p\theta} - F_{I\theta}^2 = -\frac{k_B^2}{1 + x_{d*}^2} + \frac{k_B}{1 + x_{d*}^2} \cos \theta + \frac{k_B x_{d*}}{1 + x_{d*}^2} \sin \theta. \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) определяют функции активной $F_{p\theta}$ и электромагнитной $F_{M\theta}$ мощностей синхронного неявнополюсного двигателя в зависимости от угла нагрузки θ . Данные зависимости характеризуют, в сущности, угловые характеристики синхронного неявнополюсного двигателя при учёте активного сопротивления обмотки статора.

В соответствии с выражениями (16) и (17) угловые характеристики синхронного двигателя несинусоидальны, и этот факт отмечен также в [2]. Несинусоидальность угловых характеристик усиливается с уменьшением параметра x_{d*} , т. е. при уменьшении мощности синхронного двигателя. Угловые характеристики электромагнитной мощности $F_{M\theta} = f(\theta)$ при $k_B = 1.1; 1.3; 1.5; 1.7$ (кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно) и $x_{d*} = 1$ представлены на рис. 4.

Как видно из выражений (16) и (17), каждая рассматриваемая функция имеет три составляющие. Третьи составляющие в правых частях выражений (16) и (17) одинаковы и пропорциональны синусу угла нагрузки θ , как и классические угловые характеристики. Вторые слагаемые зависят от косинуса угла нагрузки θ , но различаются знаком. Первые слагаемые различаются знаком и от угла нагрузки вообще не зависят, т. е. определяют постоянную составляющую электромагнитной и полезной активной мощностей, которая существует при любом угловом положении ротора и обусловлена только активным сопротивлением обмотки статора. Числовые значения всех трёх слагаемых соизмеримы при значениях x_{d*} , близких к 1. С возрастанием x_{d*} значимость первых двух слагаемых быстро снижается и определяющим становится третье слагаемое, которое в конечном итоге определяет вид угловой характеристики синхронной неявнополюсной машины и используется на практике.

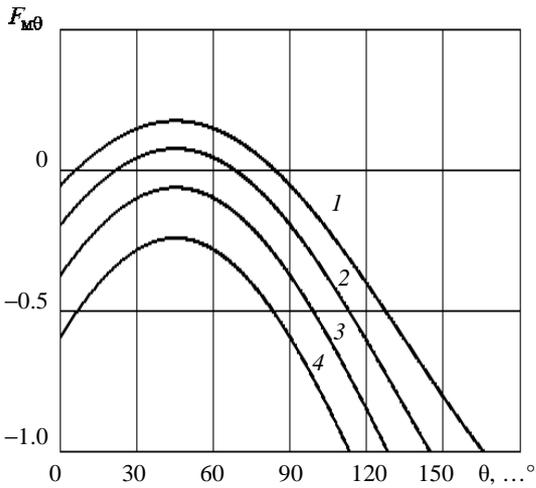


Рис. 4

В выражении (16) второе слагаемое – отрицательное, и действительное значение активной мощности, потребляемой синхронным неявнополюсным двигателем из сети, оказывается меньшим, чем без учёта активного сопротивления обмотки статора, в то время как первое, положительное, слагаемое, наоборот, вызывает увеличение этой мощности.

В выражении (17) второе слагаемое – положительное и обуславливает повышение электромагнитных мощности и момента, а первое – отрицательное и снижает электромагнитные мощность и момент.

Функции $F_{p\theta} = f(\theta)$ и $F_{M\theta} = f(\theta)$ имеют максимальные значения $F_{p\theta \max}$ и $F_{M\theta \max}$ относительно угла нагрузки θ и соответствующие им критические значения данного угла θ_{mp} и θ_{mM} , зависящие от относительного параметра x_{d*} , а именно $\theta_{mp} = -\arctg x_{d*} + \pi$ и $\theta_{mM} = \arctg x_{d*}$. При этом значения $F_{p\theta \max}$ и $F_{M\theta \max}$ определяются следующими выражениями:

$$F_{p\theta \max} = \frac{1 + k_B \sqrt{1 + x_{d*}^2}}{1 + x_{d*}^2},$$

$$F_{M\theta \max} = k_B \frac{-k_B + \sqrt{1 + x_{d*}^2}}{1 + x_{d*}^2}.$$

Рассмотрим электрический КПД статора синхронного двигателя без учёта магнитных потерь в стали статора η_{θ} как отношение электромагнитной мощности синхронного двигателя $P_{\text{ЭМ}}$ к потребляемой активной мощности на зажимах об-

мотки статора P_1 , т. е. $\eta_{\theta} = P_{\text{ЭМ}}/P_1$, и при учёте выражений (15) для мощностей P_1 и $P_{\text{ЭМ}}$ окончательно получим

$$\eta_{\theta} = \frac{F_I}{\cos \phi_1 - F_I}. \tag{18}$$

Из выражения (18) при учёте (7) следует, что электрический КПД статора синхронного двигателя существенно зависит от коэффициента мощности его $\cos \phi_1$. Дополнительное исследование выражения (18) показало, что этот КПД СНД, как и КПД СНГ, имеет максимум в зависимости от коэффициента мощности $\cos \phi_1$. Оптимальное значение $\cos \phi_{1m}$, при котором η_{θ} имеет максимум $\eta_{\theta \max}$, определяется выражением

$$\cos^2 \phi_{1m} = \frac{(k_B \sqrt{1 + x_{d*}^2} - 1)^2}{(k_B \sqrt{1 + x_{d*}^2} - 1)^2 + x_{d*}^2}. \tag{19}$$

Из выражения (9) видно, что значение $\cos \phi_{1m}$ зависит, в свою очередь, от коэффициента возбуждения k_B и от параметра x_{d*} , т. е. от мощности СНД (увеличение x_{d*} сопровождается повышением $\cos \phi_{1m}$). Значение $\eta_{\theta \max}$ определяется по выражению (18) при подстановке в него $\cos \phi_{1m}$ из выражения (19). На рис. 5 графически представлена зависимость $\eta_{\theta} = f(\cos \phi_1)$ при $k_B = 1.1; 1.3; 1.5; 1.7$ и для $x_{d*} = 10$. Графики на рис. 5 имеют очень расплывчатый максимум КПД, из чего следует, что даже при значительном отклонении $\cos \phi_1$ от его оптимального значения, определяемого выражением (19), это практически не скажется на значении электрического КПД статора СНД.

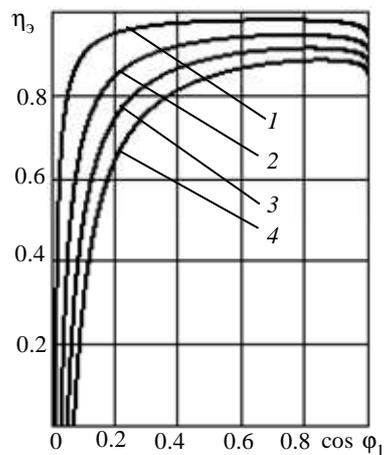


Рис. 5

Для оценки эффективности влияния коэффициента мощности $\cos \varphi_1$ на электрический КПД статора выполним дополнительные расчёты максимальных значений этого КПД $\eta_{\text{э max}}$ при оптимальных значениях коэффициента мощности $\cos \varphi_{1m}$.

Максимальное значение КПД $\eta_{\text{э max}}$ вычисляется по выражению (18), в которое для каждого значения x_{d*} следует вместо $\cos \varphi_1$ подставить его оптимальное значение $\cos \varphi_{1m}$, рассчитанное по выражению (19), и функция тока F_I должна быть определена для этих же самых значений x_{d*} и $\cos \varphi_{1m}$. В результате получим

$$\eta_{\text{э max}} = \frac{F_I(\cos \varphi_{1m})}{\cos \varphi_{1m} - F_I(\cos \varphi_{1m})}.$$

На базе этого выражения были рассчитаны зависимости $\eta_{\text{э max}} = f(x_{d*})$ (сплошные линии) и на рис. 6 эти зависимости представлены графически совместно с $\eta_{\text{э}} = f(x_{d*})$ (пунктирные линии) для четырёх значений коэффициента возбуждения $k_B = 1.1; 1.3; 1.5; 1.7$ и при $x_{d*} = 10$.

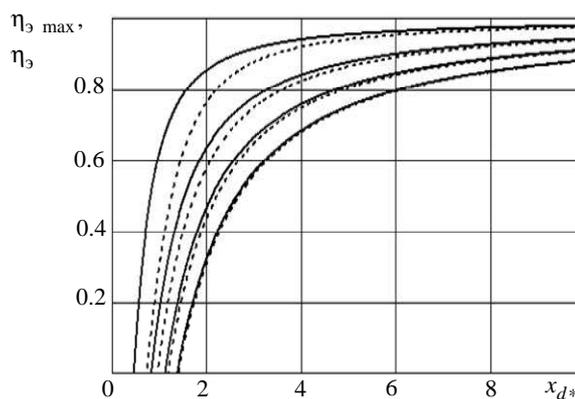


Рис. 6

Из рис. 6 видно, что при всех значениях коэффициента возбуждения k_B графики функции $\eta_{\text{э max}} = f(x_{d*})$ располагаются выше соответствующих графиков функции $\eta_{\text{э}} = f(x_{d*})$, что имеет принципиально важное значение для синхронных неявнополюсных двигателей мощностью в сотни и тысячи киловатт, в которых повышение КПД даже на одну сотую долю процента означает существенное снижение потерь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Особенности синхронного неявнополюсного генератора при учёте активного сопротивления обмотки статора // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 8. С. 47-54.

2. Осин И. Л., Юферов Ф. М. Электрические машины. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 234 с.

M. A. Vaganov, Yu. M. Moiseeva, I. A. Pimenova
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

SYNCHRONOUS NONSALIENT POLE MOTOR IN ACCOUNTING ACTIVE RESISTANCE OF THE STATOR WINDING

Considered are the mathematical model of synchronous nonsalient pole motors, composed in accounting active resistance of the stator winding and allows to single out a number of these motors features in common case, irrespective of their power and rotation speed. This model also provides an opportunity to obtain a quantitative assessment of the torque angle values, overload capacity and the motor power factor.

Relative parameter, excitation coefficient, functions of the current, torque angle, active and electromagnetic power, power-angle diagram, stator efficiency, optimal value of the generator power factor