УДК 681.5

В. В. Путов, А. В. Путов, К. В. Игнатьев, Н. А. Русяев
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Упрощенные адаптивные системы управления нелинейными многостепенными механическими объектами, построенные по методу вычисленного момента

Рассматриваются способы упрощения адаптивных систем управления многостепенными нелинейными механическими объектами, построенных методом вычисления момента, опирающимся на полное знание нелинейного математического описания объектов с точностью до постоянных параметров. Предлагаются три основных способа упрощения адаптивных систем, полученных путем исключения из адаптивного закона и регуляризованных алгоритмов настройки его параметров различных групп нелинейных составляющих, соответствующих потенциальным силам, моментам инерции, а также кориолисовым и центробежным силам.

Многостепенные нелинейные механические объекты, адаптивные системы управления, построенные методом вычисления момента, ослабление требований к точному математическому описанию, исключение нелинейных составляющих, соответствующих моментам инерции, потенциальным, кориолисовым и центробежным силам

Повышение требований к точности управления движением многостепенных механических объектов, каковыми являются металлообрабатывающие станки, промышленные и специальные роботы, манипуляторы всевозможных типов, а также космические, воздушные, наземные или морские подвижные объекты различного назначения, обусловливает поиск методов построения систем автоматического управления, обеспечивающих приемлемое качество управления такими объектами. В условиях сложности, нелинейности и неопределенности математического описания многостепенных механических объектов одним из признанных направлений, разрешающих проблемы управления ими, является адаптивный подход, в рамках которого наиболее удовлетворяют указанным требованиям беспоисковые (аналитические) адаптивные системы, принципиально рассчитанные на функционирование в реальном времени.

Многие известные разработки в области беспоисковых систем управления динамическими объектами могут быть обобщены в рамках метода скоростного градиента, изложенного, например, в работах [1]–[3]. Однако принципиальным препятствием к широкому практическому применению алгоритмов типа скоростного градиента является то, что они рассчитаны на знание нелинейных математических моделей объектов с точностью до постоянных параметров, но построить модель сложного нелинейного объекта с точностью до конечного числа неизвестных постоянных параметров не всегда удается, да и такая постановка вступает в противоречие с самим адаптивным подходом, принципиально допускающим больший уровень неопределенности описания объекта, чем традиционно рассматриваемая в задачах адаптивного управления параметрическая неопределенность.

Одним из методов построения адаптивных систем, допускающих неопределенность не только параметров, но и вида нелинейных функций, описывающих объект, – так называемую функционально-параметрическую неопределенность объекта, – является метод мажорирующих функций, разработанный в [4] и кратко изложенный, в частности, в [5], на связь которого с методом скоростного градиента указано в [6].

В [7] рассматриваются вопросы применения метода мажорирующих функций к построению адаптивных систем управления многостепенными жесткими нелинейными механическими объектами, описываемыми дифференциальными уравнениями Лагранжа, разрешенными относительно обобщенных ускорений степеней подвижности и допускающими функционально-параметрическую неопределенность их правых частей. Построенные с помощью степенных мажорирующих функций приближенные адаптивные законы и алгоритмы настройки их параметров чрезвычайно просты, однако фиксированные структуры законов основного контура, использующие в описаниях многостепенных механических объектов разложения по приближенным функциям роста, плохо согласуются со структурой дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода. Это заставляет прибегать к громоздкой процедуре обращения нелинейной функциональной матрицы инерции для их разрешимости в явном виде относительно вторых производных обобщенных координат.

В настоящей статье рассмотрим подход к построению приближенных законов и алгоритмов адаптивного управления многостепенными механическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью описывающих их уравнений Лагранжа, непосредственно опираясь на их строение и не прибегая к процедурам предварительного приведения их к форме Коши. Данный подход состоит в упрощении известных адаптивных алгоритмов управления многостепенными нелинейными механическими объектами, построенных на основе метода вычисления момента [8], [9], для которых структура дифференциальных уравнений объекта изначально полностью определена с точностью до конечного числа числовых параметров, т. е. имеет точно известное нелинейное строение, а сами исходные адаптивные алгоритмы вычисления момента рассчитаны на полную компенсацию известных нелинейностей и независимость заданного динамического поведения адаптируемого механического объекта от его неизвестных параметров [8], [9].

Основная структура адаптивного управления многостепенным нелинейным механическим объектом, построенного по методу вычисления момента. Пусть многостепенной нелинейный механический объект описывается системой, состоящей из *n* дифференциальных уравнений второго порядка в форме Лагранжа (*n* – число степеней подвижности механического объекта), объединенных в векторно-матричное уравнение вида

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}(\mathbf{q})=\boldsymbol{\tau}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{q}\in R^n$ – вектор обобщенных координат; $\boldsymbol{\tau}\in R^n$ – вектор управляющих сил (моментов); $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ – $n\times n$-матрица инерции; $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ – $n\times n$-матрица центробежных и кориолисовых сил; $\mathbf{G}(\mathbf{q})\in R^n$ – вектор гравитационных сил. Уравнение (1) допускает (квази)линейную параметризацию относительно вектора специально подобранных неизвестных массоинерционных параметров объекта в виде

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\tau}, \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{\theta}\in R^m$ – вектор неизвестных постоянных параметров объекта; $\mathbf{Y}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\ddot{\mathbf{q}})$ – известная $n\times m$-матричная нелинейная функция, называемая регрессором [8].

Обозначим через вектор $\mathbf{s}$ линейную комбинацию ошибок по обобщенным скоростям и обобщенным положениям (координатам) вида

$$\mathbf{s}=(\dot{\mathbf{q}}-\dot{\mathbf{q}}_{\text{эт}})+\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q}-\mathbf{q}_{\text{эт}}), \qquad (3)$$

где $\mathbf{q}_{\text{эт}}$, $\dot{\mathbf{q}}_{\text{эт}}$ – векторы эталонных положений и скоростей соответственно; $\boldsymbol{\Lambda}$ – симметричная, в частности диагональная, числовая матрица с положительными собственными значениями. Введем также виртуальную задающую траекторию вида

$$\dot{\mathbf{q}}_r=\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{s}. \qquad (4)$$

В силу определения регрессора из (1), (2) следует тождество вида

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_r+\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r+\mathbf{G}(\mathbf{q})= \\ =\mathbf{Y}_r(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\dot{\mathbf{q}}_r,\ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\theta}. \qquad (5)$$

Используя введенные соотношения (2)–(5), адаптивный закон управления объектом (1) в форме алгоритмов вычисления момента будет иметь следующий вид:

$$\boldsymbol{\tau}=\mathbf{Y}_r(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\dot{\mathbf{q}}_r,\ddot{\mathbf{q}}_r)\hat{\boldsymbol{\theta}}-\mathbf{K}_d\mathbf{s}, \qquad (6)$$

а регуляризованные алгоритмы параметрической настройки будут выражаться дифференциальными уравнениями вида

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=-\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{Y}_r^{\mathrm{T}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\dot{\mathbf{q}}_r,\ddot{\mathbf{q}}_r)\mathbf{s}-\mathbf{K}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \qquad (7)$$

где $\mathbf{K}_d$, $\boldsymbol{\Gamma}$, $\mathbf{K}$ – симметричные, в частности диагональные, числовые матрицы соответствующих размеров с положительными собственными значениями.

В [9] показано, что адаптивное управление вида (6), (7) обеспечивает диссипативность (предельную ограниченность решений) в целом системы (1)–(7) по переменным

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{эт}},\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_{\text{эт}},\ \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}. \qquad (8)$$

Отметим, что адаптивный закон (6) вычисления момента $\boldsymbol{\tau}$ с алгоритмами параметрической настройки (7), как и алгоритмы скоростного градиента, рассчитан на полное знание нелинейной структуры уравнений объекта (1) и предполагает точное «копирование» всех нелинейностей в построении регрессора (2), а также точный учет конечного числа m неизвестных параметров $\boldsymbol{\theta}$ объекта, причем полагаемых постоянными.

Далее рассмотрим методы упрощения адаптивных алгоритмов вычисления момента в условиях допущения функциональной неопределенности нелинейного механического объекта (1), когда регрессор, используемый в алгоритмах (6), (7) вычисления момента, не может быть точно вычислен.

Упрощение адаптивных алгоритмов вычисления момента в управлении нелинейным механическим объектом. Рассмотрим три способа упрощения адаптивных алгоритмов вычисления момента вида (6), (7), основанных на упрощении нелинейной структуры матричной функции – регрессора $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$, используемого в законе адаптивного управления (6) и в алгоритмах параметрической настройки (7) [10].

Первый способ упрощения алгоритмов (6), (7) основан на исключении из используемой в адаптивном законе управления (6) матрицы-регрессора из (2) заведомо ограниченных членов, какими являются члены, попадающие в матрицу $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ из вектора $\mathbf{G}(\mathbf{q})$. Для этого случая введем соотношение

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r = \mathbf{W}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\theta} =$$
$$= \mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\theta}) \qquad (9)$$

и запишем следующий адаптивный закон управления и алгоритмы настройки его параметров:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\theta} - \mathbf{K}_d\mathbf{s}; \qquad (10)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = -\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{W}_r^{\mathrm{T}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\mathbf{s} - \mathbf{K}\hat{\boldsymbol{\theta}}. \qquad (11)$$

Утверждение 1. Адаптивная система, определяемая уравнениями (1), (9)–(11), диссипативна в целом по переменным вида (8) (без доказательства).

Замечание. Отметим, что для уравнений многостепенного нелинейного механического объекта (1) наиболее рациональная параметризация часто приводит к тому, что параметры, входящие в вектор $\mathbf{G}(\mathbf{q})$, не входят в остальную часть уравнений (1). В этом случае применение адаптивных алгоритмов (10), (11) позволяет не только упростить нелинейную структуру матрицы $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$, но и уменьшить число настраиваемых параметров.

Второй способ упрощения адаптивных алгоритмов (6), (7) связан с аппроксимацией нелинейных членов, соответствующих матрице инерции $\mathbf{H}(\mathbf{q})$.

Для этого выберем некоторую матрицу $\mathbf{H}^* = \text{const}$ так, чтобы матрица $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) = \mathbf{H}^* - \mathbf{H}(\mathbf{q})$ была положительно определенной. Заметим, что в силу свойства глобальной ограниченности $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ такой выбор возможен всегда. Для этого случая введем следующее соотношение:

$$\mathbf{H}^*\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{G}(\mathbf{q}) =$$
$$= \mathbf{W}^*{}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r)\boldsymbol{\theta}. \qquad (12)$$

Утверждение 2. Для объекта (1) закон адаптивного управления вида

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}_r{}^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_d\mathbf{s} \qquad (13)$$

с алгоритмами настройки

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = -\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{W}^{*\mathrm{T}}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\mathbf{s} - \mathbf{K}\hat{\boldsymbol{\theta}} \qquad (14)$$

обеспечивает глобальную диссипативность по переменным (8), если выполнено условие

$$2\sqrt{\lambda_1\lambda_2} > \lambda_3, \qquad (15)$$

где λ_1, λ_2 – наименьшие собственные значения матриц $\mathbf{K}_d + \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\Lambda}$ и $\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{K}_d\boldsymbol{\Lambda}$ соответственно; λ_3 – наибольшее собственное значение матрицы $\boldsymbol{\Lambda}\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\Lambda}$ (без доказательства).

Третий способ упрощения адаптивных алгоритмов (6), (7) вычисления момента основан на применении метода мажорирующих функций [4]–[7] и состоит в замене матричной функции регрессора $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ в алгоритмах адаптивного управления (6), (7) на соответствующую ей мажорирующую матричную функцию. Такая функция может быть построена с помощью замены ограниченных членов, входящих мультипликативно по отношению к остальным членам соответствующего элемента $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$, их верхними по модулю гранями. Таким способом удается избавиться по крайней мере от тех тригонометрических функций, которые могут быть вынесены за скобку в соответствующем элементе матрицы $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$.

Утверждение 3. Пусть объект управления описывается уравнением (1), а закон адаптивного управления и алгоритмы настройки имеют вид соответственно

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\widehat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_d\mathbf{s}\,; \tag{16}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}} = -\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{M}_r^{\mathrm{T}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\mathbf{s} - \mathbf{K}\widehat{\boldsymbol{\theta}}, \tag{17}$$

где $\mathbf{M}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ – матричная функция, мажорирующая для $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$. Тогда адаптивная система управления (1), (16), (17) диссипативна в целом по переменным (8) (без доказательства).

Это утверждение может быть использовано для упрощения нелинейной структуры членов, соответствующих матрице центробежных и кориолисовых сил $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$.

Замечание. Все высказанные утверждения о диссипативности упрощенных адаптивных систем (1), (10), (11); (1), (13), (14) и (1), (16), (17), обосновывающие описанные способы упрощения алгоритмов адаптивного управления (6), (7), синтезированных методом вычисления момента, могут быть доказаны путем построения функций Ляпунова по переменным (8), удовлетворяющим оценкам, характерным для квадратичных форм, что обеспечивает экспоненциальную диссипативность построенных упрощенных адаптивных систем типа вычисления момента [10]–[12].

Рассмотренные способы упрощения адаптивных систем управления многостепенными нелинейными механическими объектами, построенных методом вычисления момента, позволяют допустить функционально-параметрическую неопределенность математического описания нелинейных механических объектов и снизить сложность предлагаемых адаптивных систем по сравнению с исходными системами.

Перечисленные способы упрощения адаптивных систем, построенных методом вычисления момента, позволяют использовать в целях упрощения нелинейной структуры матричной функции $\mathbf{Y}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$, входящей в исходные адаптивные алгоритмы (6), (7) вычисления момента, следующие средства:

1) исключение нелинейных составляющих, соответствующих вектору потенциальных сил $\mathbf{G}(\mathbf{q})$, либо их замену постоянными величинами;

2) упрощение нелинейных составляющих, соответствующих моментам инерции объекта, состоящее в замене постоянными величинами ограниченных функций, входящих мультипликативно с $\ddot{\mathbf{q}}_r$;

3) упрощение нелинейных составляющих, соответствующих кориолисовым силам, посредством замены постоянными значениями нелинейных ограниченных функций, входящих в регрессор мультипликативно с членами вида $\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$ и $\dot{\mathbf{q}}_{rj}$, $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, n$; $i \neq j$, и нелинейных составляющих, соответствующих центробежным силам, заменой постоянными значениями нелинейных ограниченных функций, входящих в регрессор мультипликативно с членами вида $\dot{\mathbf{q}}_i$, $\dot{\mathbf{q}}_{ri}$, $i = 1, \ldots, n$.

Использование всевозможных комбинаций описанных способов упрощения позволяет значительно расширить спектр различных алгоритмов управления нелинейными многостепенными механическими объектами, принадлежащих к типу алгоритмов, основанных на свойстве линейной параметризуемости объектов. Кроме того, каждый из полученных алгоритмов допускает различные варианты построения, связанные с учетом или неучетом отдельных составляющих каждого типа нелинейностей из числа указанных выше.

Таким образом, рассмотренные в статье методы построения адаптивных структур, в отличие от исходных адаптивных структур, построенных методом вычисления момента, не требуют точного знания всех подробностей нелинейного описания объекта управления, а сами структуры носят более универсальный характер, чем исходные, отличаются меньшим объемом требуемых вычислений и, как следствие, простотой реализации на базе микропроцессорных вычислительных средств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.

2. Андриевский Б. Р., Стоцкий А. А., Фрадков А. Л. Алгоритмы скоростного градиента в задачах управления и адаптации. Обзор // Автоматика и телемеханика. 1988. № 12. С. 3–39.

3. Стоцкий А. А., Фрадков А. Л. Алгоритмы скоростного градиента в задачах адаптивного управле-

ния механическими системами // Техническая кибернетика. 1993. № 2. С. 58–66.

4. Путов В. В. Методы построения адаптивных систем управления нелинейными нестационарными динамическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью: Дис. … д-ра техн. наук / СПбГЭТУ «ЛЭТИ». СПб., 1993. 590 с.

5. В. В. Путов, В. Н. Шелудько. Новый подход в построении беспоисковых адаптивных систем управления нелинейными динамическими объектами с неопределенным описанием // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Сер. «Автоматизация и управление». 2008. Вып. 4. С. 37–50.

6. Обобщение метода мажорирующих функций в задачах адаптивного управления нелинейными динамическими объектами / В. В. Путов, И. Г. Полушин, В. В. Лебедев, А. В. Путов // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. № 8. С. 85–94.

7. Путов В. В., Лебедев В. В., Путов А. В. Адаптивные системы управления многостепенными жесткими нелинейными механическими объектами, построенные по их упрощенным моделям с мажорирующими функциями // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 10. С. 49–55.

8. Khosla P., Kanade T. Parameter identification of robot dynamics // IEEE conf/ Decision and Control, 1985.

9. Slotine J.-J. E., Li W. On the adaptive control of robot manipulators // Int. J. of Robotics Rresearch. 1987. Vol. 6, № 3. P. 49–58

10. Полушин И. Г. Построение алгоритмов адаптивного управления нелинейным многостепенным механическим объектом: Дис. … канд. тех. наук. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 1995. 230 с.

11. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959. 212 с.

12. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод в теории устойчивости. М.: Мир, 1988. 300 с.

V. V. Putov, A. V. Putov, K. V. Ignatiev, N. A. Rusyaev
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

SIMPLIFIED NONLINEAR ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS MULTISTAGE MECHANICAL OBJECTS BUILT ACCORDING TO THE METHOD OF CALCULATING THE MOMENTS

Discusses ways to simplify adaptive control systems multistage nonlinear mechanical objects constructed by calculating the moments, relying on a complete knowledge of the nonlinear mathematical descriptions of objects up to constant parameters. There are three basic ways to simplify adaptive systems obtained by excluding from the adaptive law and regularized algorithms adjust its settings of different groups of nonlinear components corresponding to the potential forces, moments of inertia, as well as the Coriolis and centrifugal forces.

Multistage nonlinear mechanical objects, adaptive control systems, built by the calculated moment, easing requirements for precise mathematical description, exclusion of non-linear components corresponding to the moments of inertia, potential, Coriolis and centrifugal forces