ред. В. А. Шабанов; редкол.: С. Г. Конесев, М. И. Хакимьянов, П. А. Хлюпин, Р. Т. Хазиева. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2015. С. 209–212.

11. Балабанов М. С., Баранова Е. М. Погрешность моделирования FACTS устройств // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2015. № 1 (157). С. 28–33.

12. Балабанов М. С. Определение типа FACTS-устройств: свидетельство РФ № 2014663236; заявл. 31.10.14, опубл. 23.12.14 г. URL: http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet (дата обращения: 17.11.2015).

13. Балабанов М. С. Определение типа FACTS-устройств V 2. 0: свидетельство РФ № 2015617896; заявл. 01.06.15, опубл. 24.07.15 г. URL: http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet (дата обращения: 17.11.2015).

14. Балабанов М. С., Бабошкина С. В. Мероприятия по реализации Концепции экологической безопасности города Челябинска до 2020 года на примере модернизации ферросплавного производства ОАО «Челябинский электрометаллургический комбинат» // Экология промышленного производства. 2014. Вып. 4 (88). С. 47–54.

15. Маннанов Э. Р., Рукавицын А. Н. Оптимальный выбор типа гибкой системы электропередачи переменного тока // III Междунар. молодежный форум «Интеллектуальные энергосистемы». Томск, 28 сент. – 2 окт. 2015 г.: материалы: в 3 т. Т. 3. С. 99–103.

16. Галунин С. А., Маннанов Э. Р., Рукавицын А. Н. Программа для предварительного анализа и выбора типа гибких систем электропередачи переменного тока: свидетельство РФ № 2015619931; заявл. 22.07.15, опубл. 17.09.15 г. URL: http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet (дата обращения: 21.12.2015).

17. Исследование влияния высокочастотного генератора на качество электроэнергии питающей сети / Э. Р. Маннанов, С. А. Галунин, М. С. Балабанов, Т. П. Козулина, М. Р. Маннанов // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. 2015. № 2 (133). С. 33–40.

18. Анализ гибких систем электропередачи переменного тока / Э. Р. Маннанов, С. А. Галунин, А. Н. Рукавицын, Д. Ф. Багаутдинова // Техника и технология: Новые перспективы развития. 2015. № 2 (133). С. 15–27.

E. R. Mannanov, A. N. Rukavicyn
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

IMPROVING THE ELECTRIC POWER QUALITY WITH ABRUPTLY VARIABLE LOAD

Discusses the problems of electric power quality when connecting with abruptly variable load the ways of their solution with step-by-step examination of optimum search.

Power quality, FACTS, Smart Grid

УДК 621.3.078

А. В. Стариков, П. К. Кузнецов, И. С. Беляева
Самарский государственный технический университет

Дискретная математическая модель электромагнитного подшипника

Показано, что для синтеза цифровых регуляторов системы управления электромагнитным подшипником необходимо знание его дискретной математической модели. Рассмотрена непрерывная математическая модель электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов. Найдена дискретная передаточная функция электромагнитного подшипника, учитывающая экстраполятор нулевого порядка, функцию которого выполняет цифровой силовой преобразователь. Показано, что полученная передаточная функция позволяет на этапе проектирования формулировать требования к вычислительной мощности микропроцессора.

Электромагнитный подшипник, цифровая система управления, период дискретизации, дискретная передаточная функция, экстраполятор нулевого порядка

Современные системы управления электромагнитными подшипниками строятся на базе цифровой микропроцессорной техники, которая отличается от аналоговой наличием квантования сигналов по времени и уровню. Наиболее перспективным методом синтеза регуляторов цифровых систем является метод непрерывного прототипа [1], но он требует знания дискретной математической модели объекта управления с учетом экстраполятора. Известные работы [2], [3], посвященные дискретным математическим моделям электромагнитных подшипников, не учитывают вихревых токов, которые значительно усложняют математическое описание процесса перемещения ротора в магнитном поле.

Целью настоящего исследования является разработка математической модели электромагнитного подшипника в виде дискретной передаточной функции, которая учитывает как вихревые токи, так и квантование сигналов по времени.

Движение ротора в магнитном поле подшипника, например осевого, с учетом вихревых токов описывается непрерывной передаточной функцией [4]:

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(p) = \frac{z_{\text{р}}(p)}{N_Z(p)} = \frac{k_{\text{ОУ}}\left(b_0 p^2 + b_1 p + 1\right)}{a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p - 1}, \quad (1)$$

где $z_{\text{р}}$ – перемещение ротора; N_Z – входное управляющее воздействие; $k_{\text{ОУ}}$ – коэффициент передачи электромагнитного подшипника по отношению к управляющему воздействию; b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3 и a_0 – коэффициенты передаточной функции, зависящие от параметров электромагнитов, силового преобразователя и способа управления; p – комплексная переменная.

Расчеты, проведенные для осевого электромагнитного подшипника турбокомпрессора ТК41В-26 с массой ротора 36 кг, показали, что передаточную функцию (1) можно представить в следующем виде:

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(p) = k_{\text{ОУ}}\left(b_0 p^2 + b_1 p + 1\right) \Big/ \left(T_{\text{н.а}} p - 1\right) \times \left(T_{\text{н.к}}^2 p^2 - 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} p + 1\right)\left(T_{\text{к}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} p + 1\right),$$

где $T_{\text{н.а}}$, $T_{\text{н.к}}$ и $T_{\text{к}}$ – постоянные времени неустойчивого апериодического, неустойчивого колебательного и обыкновенного колебательного звеньев, соответственно; $\xi_{\text{н.к}}$ и $\xi_{\text{к}}$ – коэффициенты демпфирования неустойчивого и обыкновенного колебательных звеньев.

В цифровой системе управления электромагнитным подшипником на входе непрерывного объекта действует экстраполятор нулевого порядка, функцию которого выполняет силовой преобразователь, поэтому искомую дискретную передаточную функцию найдем по известному правилу [1]

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(p)}{p}\right\},$$

где $z = e^{pT}$; T – период дискретизации; Z – символ z-преобразований.

Пользуясь свойством линейности z-преобразований, можно записать:

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(z) = k_{\text{ОУ}} \frac{z-1}{z} Z \times \left\{b_0 p^2 + b_1 p + 1 \Big/ \left(T_{\text{н.а}} p - 1\right)\left(T_{\text{н.к}}^2 p^2 - 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} p + 1\right)\left(T_{\text{к}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} p + 1\right) p\right\}. \quad (2)$$

Разложим выражение в фигурных скобках (2) на сумму элементарных дробей $\frac{A}{p}$, $\frac{B}{T_{\text{н.а}} p - 1}$, $\frac{Cp + D}{T_{\text{н.к}}^2 p^2 - 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} p + 1}$ и $\frac{Rp + S}{T_{\text{к}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} p + 1}$:

$$\left(b_0 p^2 + b_1 p + 1\right) \Big/ \left(T_{\text{н.а}} p - 1\right) \times \left(T_{\text{н.к}}^2 p^2 - 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} p + 1\right)\left(T_{\text{к}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} p + 1\right) p = \frac{A}{p} + \frac{B}{T_{\text{н.а}} p - 1} + \frac{Cp + D}{T_{\text{н.к}}^2 p^2 - 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} p + 1} + \frac{Rp + S}{T_{\text{к}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} p + 1}. \quad (3)$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов A, B, C, D, R и S приведем правую часть выражения (3) к общему знаменателю и приравняем числитель полученной дроби к $b_0 p^2 + b_1 p + 1$. В результате получим

$$\begin{aligned}
&\left(A T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2 T_{\text{к}}^2 + B T_{\text{н.к}}^2 T_{\text{к}}^2 + C T_{\text{н.а}} T_{\text{к}}^2 + R T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2\right) p^5 + \\
&+ \Big\{A\Big[2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2 - \left(T_{\text{н.к}}^2 + 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} T_{\text{н.а}}\right) T_{\text{к}}^2\Big] - \\
&- 2B\left(\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} T_{\text{к}}^2 - \xi_{\text{к}} T_{\text{к}} T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2\right) + C\left(2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} T_{\text{н.а}} - T_{\text{к}}^2\right) + \\
&+ D T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2 + S T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2 - R\left(2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} T_{\text{н.а}} + T_{\text{н.к}}^2\right)\Big\} p^4 + \\
&+ \Big\{A\Big[T_{\text{н.а}} T_{\text{н.к}}^2 - 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}}\left(T_{\text{н.к}}^2 + 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} T_{\text{н.а}}\right) + \\
&+ \left(T_{\text{н.а}} + 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}}\right) T_{\text{к}}^2\Big] + B\left(T_{\text{н.к}}^2 + T_{\text{к}}^2 - 4\xi_{\text{н.к}} \xi_{\text{к}} T_{\text{н.к}} T_{к}\right) + \\
&+ C\left(T_{\text{н.а}} - 2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}}\right) + D\left(2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}} T_{\text{н.а}} - T_{\text{к}}^2\right) + \\
&+ R\left(T_{\text{н.а}} + 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}}\right) - S\left(2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}} T_{\text{н.а}} + T_{\text{н.к}}^2\right)\Big\} p^3 + \\
&+ \Big\{A\Big[2\xi_{\text{к}} T_{\text{к}}\left(T_{\text{н.а}} + 2\xi_{\text{н.к}} T_{\text{н.к}}\right) - T_{к}^2 - T_{\text{н.к}}^2 -
\end{aligned}$$

$$-2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{н.а}}\big]-2B\left(\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}-\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}T_{\text{н.а}}\right)-$$
$$-C+D\left(T_{\text{н.а}}-2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}\right)-$$
$$-R+S\left(T_{\text{н.а}}+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}\right)\big\}\,p^2+$$
$$+\left[A\left(T_{\text{н.а}}+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}-2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}\right)+B-D-S\right]p-A=$$
$$=b_0p^2+b_1p+1. \qquad (4)$$

Анализ выражения (4) показывает, что $A=-1$, а коэффициенты B, C, D, R и S должны находиться из решения системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&BT_{\text{н.к}}^2T_{\text{к}}^2+CT_{\text{н.а}}T_{\text{к}}^2+RT_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2-T_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2T_{\text{к}}^2=0;\\
&\left(T_{\text{н.к}}^2+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{н.а}}\right)T_{\text{к}}^2-2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}T_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2-\\
&-2B\left(\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{к}}^2-\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}T_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2\right)+C\left(2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}T_{\text{н.а}}-\right.\\
&\left.-T_{\text{к}}^2\right)+DT_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2-R\left(2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{н.а}}+T_{\text{н.к}}^2\right)+\\
&+ST_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2=0;\\
&2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}\left(T_{\text{н.к}}^2+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{н.а}}\right)-T_{\text{н.а}}T_{\text{н.к}}^2-\left(T_{\text{н.а}}+\right.\\
&\left.+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}\right)T_{\text{к}}^2+B\left(T_{\text{н.к}}^2+T_{\text{к}}^2-4\xi_{\text{н.к}}\xi_{\kappa}T_{\text{н.к}}T_{\text{к}}\right)+\\
&+C\left(T_{\text{н.а}}-2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}\right)+D\left(2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}T_{\text{н.а}}-T_{\text{к}}^2\right)+\\
&+R\left(T_{\text{н.а}}+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}\right)-S\left(2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{н.а}}+T_{\text{н.к}}^2\right)=0;\\
&T_{\text{к}}^2+T_{\text{н.к}}^2+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}T_{\text{н.а}}-2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}\times\\
&\times\left(T_{\text{н.а}}+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}\right)-2B\left(\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}-\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}T_{\text{н.а}}\right)-C+\\
&+D\left(T_{\text{н.а}}-2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}\right)-R+S\left(T_{\text{н.а}}+2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}\right)=b_0;\\
&2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}-T_{\text{н.а}}-2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}+B-D-S=b_1.
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Систему (5) можно решать численными методами, например с помощью программной среды MathCAD, или получить аналитические зависимости, связывающие коэффициенты B, C, D, R и S с параметрами b_0, b_1, $T_{\text{н.а}}$, $T_{\text{н.к}}$, $T_{\text{к}}$, $\xi_{\text{н.к}}$ и $\xi_{\text{к}}$.

С учетом (3) формулу (2) можно записать следующим образом:

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(z)=k_{\text{ОУ}}\frac{z-1}{z}Z\times$$
$$\times\left\{\frac{A}{p}+\frac{B}{T_{\text{н.а}}p-1}+\frac{Cp+D}{T_{\text{н.к}}^2p^2-2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}p+1}+\right.$$
$$\left.+\frac{Rp+S}{T_{\text{к}}^2p^2+2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}p+1}\right\}. \qquad (6)$$

По таблицам z-преобразований [1] найдем изображения элементарных дробей:

$$Z\left\{\frac{A}{p}\right\}=Z\left\{-\frac{1}{p}\right\}=-\frac{z}{z-1}; \qquad (7)$$

$$Z\left\{\frac{B}{T_{\text{н.а}}p-1}\right\}=\frac{Bz}{T_{\text{н.а}}(z-1)}; \qquad (8)$$

$$Z\left\{\frac{Cp+D}{T_{\text{н.к}}^2p-2\xi_{\text{н.к}}T_{\text{н.к}}p+1}\right\}=$$
$$=\frac{Cz}{T_{\text{н.к}}^2\left(z^2-2zd_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+d_{\text{н.к}}^2\right)}\Bigg[z-d_{\text{н.к}}\times$$
$$\times\cos\beta_{\text{н.к}}T+\frac{1}{\beta_{\text{н.к}}}\left(\frac{D}{C}+\frac{\xi_{\text{н.к}}}{T_{\text{н.к}}}\right)d_{\text{н.к}}\sin\beta_{\text{н.к}}T\Bigg]; \qquad (9)$$

$$Z\left\{\frac{Rp+S}{T_{\text{к}}^2p+2\xi_{\text{к}}T_{\text{к}}p+1}\right\}=$$
$$=\frac{Rz\left[z-d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+\dfrac{1}{\beta_{\text{к}}}\left(\dfrac{S}{R}-\dfrac{\xi_{\text{к}}}{T_{\text{к}}}\right)d_{\text{к}}\sin\beta_{\text{к}}T\right]}{T_{\kappa}^2\left(z^2-2zd_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+d_{\text{к}}^2\right)}, \qquad (10)$$

где $d_{\text{н.а}}=e^{T/T_{\text{н.а}}}$; $d_{\text{н.к}}=e^{\xi_{\text{н.к}}T/T_{\text{н.к}}}$; $\beta_{\text{н.к}}=\sqrt{1-\xi_{\text{н.к}}^2}\Big/T_{\text{н.к}}$; $d_{\text{к}}=e^{-\xi_{\text{н}}T/T_{\text{н}}}$; $\beta_{\text{к}}=\sqrt{1-\xi_{\text{к}}^2}\Big/T_{\text{к}}$.

Подставляя (7)–(10) в (6), получим

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(z)=k_{\text{ОУ}}\left\{\frac{B(z-1)}{T_{\text{н.а}}\left(z-d_{\text{н.а}}\right)}+\right.$$
$$+\frac{C(z-1)\left[z-h_1\right]}{T_{\text{н.к}}^2\left(z^2-2zd_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+d_{\text{н.к}}^2\right)}+$$
$$\left.+\frac{R(z-1)\left[z-h_2\right]}{T_{\text{к}}^2\left(z^2-2zd_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+d_{\text{к}}^2\right)}-1\right\}, \qquad (11)$$

где $h_1=d_{\text{н.к}}\left[\cos\beta_{\text{н.к}}T-\dfrac{1}{\beta_{\text{н.к}}}\left(\dfrac{D}{C}+\dfrac{\xi_{\text{н.к}}}{T_{\text{н.к}}}\right)\sin\beta_{\text{н.к}}T\right]$,

$$h_2=d_{\text{к}}\left[\cos\beta_{\text{к}}T-\frac{1}{\beta_{\text{к}}}\left(\frac{S}{R}-\frac{\xi_{\text{к}}}{T_{\text{к}}}\right)\sin\beta_{\text{к}}T\right].$$

Приводя выражение в фигурных скобках (11) к общему знаменателю и группируя члены по степеням z, найдем дискретную передаточную функцию электромагнитного подшипника как объекта управления

$$W_{\text{ОУ}}^{\text{ВТ}}(z)=$$
$$=\frac{b_{01}z^4+b_{11}z^3+b_{21}z^2+b_{31}z+b_{41}}{z^5+a_{11}z^4+a_{21}z^3+a_{31}z^2+a_{41}z+a_{51}}, \qquad (12)$$

где

$$b_{01}=d_{\text{н.а}}+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T-$$
$$-\frac{B}{T_{\text{н.а}}}\left(1+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right)-$$

$$-\frac{C}{T_{\text{н.к}}^2}\left(1+h_1+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+d_{\text{н.а}}\right)-$$
$$-\frac{R}{T_{\text{к}}^2}\left(1+h_2+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+d_{\text{н.а}}\right);$$
$$b_{11}=k_{\text{ОУ}}\times$$
$$\times\left\{\frac{B}{T_{\text{н.а}}}\left(d_{\text{н.к}}^2+d_{\text{к}}^2+4d_{\text{н.к}}d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\cos\beta_{\text{к}}T+\right.\right.$$
$$\left.+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right)+$$
$$+\frac{C}{T_{\text{н.к}}^2}\left[h_1+2\left(1+h_1\right)d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+d_{\text{к}}^2+\right.$$
$$\left.+d_{\text{н.а}}\left(1+h_1+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right)\right]+$$
$$+\frac{R}{T_{\text{к}}^2}\left[h_2+2\left(1+h_2\right)d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+d_{\text{к}}^2+\right.$$
$$\left.+d_{\text{н.а}}\left(1+h_2+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)\right]-$$
$$-d_{\text{н.к}}^2-d_{\text{к}}^2-2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T-$$
$$\left.-2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\left(d_{\text{н.а}}+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)\right\};$$
$$b_{21}=-k_{\text{ОУ}}\times$$
$$\times\left\{\frac{B}{T_{\text{н.а}}}\left(2d_{\text{н.к}}d_{\text{к}}^2\cos\beta_{\text{н.к}}T+2d_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+\right.\right.$$
$$\left.+d_{\text{н.к}}^2+d_{\text{к}}^2+4d_{\text{н.к}}d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\cos\beta_{\text{к}}T\right)+$$
$$+\frac{C}{T_{\text{н.к}}^2}\left[\left(1+h_1\right)d_{\text{к}}^2+2h_1d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+h_1d_{\text{н.а}}+\right.$$
$$\left.+2\left(1+h_1\right)d_{\text{н.а}}d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T+d_{\text{н.а}}d_{\text{к}}^2\right]+$$
$$+\frac{R}{T_{\text{к}}^2}\left[\left(1+h_2\right)d_{\text{н.к}}^2+2h_2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+h_2d_{\text{н.а}}+\right.$$
$$\left.+2\left(1+h_2\right)d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2\right]-$$
$$-d_{\text{к}}^2\left(d_{\text{н.а}}+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)-d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2-$$
$$\left.-2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\left(d_{\text{н.к}}^2+2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)\right\};$$
$$b_{31}=k_{\text{ОУ}}\times$$
$$\times\left\{\frac{B}{T_{\text{н.а}}}\left(d_{\text{к}}^2d_{\text{н.к}}^2+2d_{\text{н.к}}d_{\text{к}}^2\cos\beta_{\text{н.к}}T+2d_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right)+\right.$$
$$+\frac{C}{T_{\text{н.к}}^2}\left[h_1d_{\text{к}}^2+\left(1+h_1\right)d_{\text{н.а}}d_{\text{к}}^2+2h_1d_{\text{н.а}}d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right]+$$
$$+\frac{R}{T_{\text{к}}^2}\left[h_2d_{\text{н.к}}^2+\left(1+h_2\right)d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2+2h_2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\times\right.$$
$$\left.\times\cos\beta_{\text{н.к}}T\right]-d_{\text{к}}^2\left(d_{\text{н.к}}^2+2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)-$$
$$\left.-2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right\};$$
$$b_{41}=k_{\text{ОУ}}\left(d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}^2-\frac{Bd_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}^2}{T_{\text{н.а}}}-\right.$$
$$\left.-\frac{Ch_1d_{\text{н.а}}d_{\text{к}}^2}{T_{\text{н.к}}^2}-\frac{Rh_2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2}{T_{\text{к}}^2}\right);$$
$$a_{11}=-\left(d_{\text{н.а}}+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\right);$$
$$a_{21}=d_{\text{н.к}}^2+d_{\text{к}}^2+2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T+$$
$$+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\left(d_{\text{н.а}}+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right);$$
$$a_{31}=-\left[d_{\text{к}}^2\left(d_{\text{н.а}}+2d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)+\right.$$
$$+d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2+2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T\times$$
$$\left.\times\left(d_{\text{н.к}}^2+2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)\right];$$
$$a_{41}=d_{\text{к}}^2\left(d_{\text{н.к}}^2+2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}\cos\beta_{\text{н.к}}T\right)+$$
$$+2d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}\cos\beta_{\text{к}}T;$$
$$a_{51}=-d_{\text{н.а}}d_{\text{н.к}}^2d_{\text{к}}^2.$$

Формула (12) позволяет находить дискретные передаточные функции цифровой системы управления электромагнитным подшипником при использовании различных типов регуляторов, методик выбора их параметров, алгоритмов вычисления интегралов и производных. Это в свою очередь делает возможным на этапе проектирования анализировать устойчивость, качество управления и эксплуатационных характеристик электромагнитных подшипников, корректно выдвигать требования к вычислительной мощности микропроцессора или программируемой логической интегральной схеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Микропроцессорные системы автоматического управления / В. А. Бесекерский, Н. Б. Ефимов, С. И. Зиатдинов и др.; под общ. ред. В. А. Бесекерского. Л.: Машиностроение, 1988. 365 с.
2. Макаричев Ю. А., Стариков А. В. Теоретические основы расчета и проектирования радиальных электромагнитных подшипников. М.: Энергоатомиздат, 2009. 150 с.
3. Стариков С. А. Влияние квантования по времени на свойства цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора // Вестн. Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. 2012. № 1 (33). С. 162–169.
4. Макаричев Ю. А., Стариков А. В., Беляева И. С. Математическая модель осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов // Изв. высш. учеб. заведений. Электромеханика. 2014. № 5. С. 52–56.

A. V. Starikov, P. K. Kuznetsov, I. S. Belyaeva
Samara State Technical University

DISCRETE MATHEMATICAL MODEL OF THE ELECTROMAGNETIC BEARING

It is shown that for synthesis of digital regulators of a control system by the electromagnetic bearing the knowledge of its discrete mathematical model is necessary. The continuous mathematical model of the electromagnetic bearing taking into account eddy currents is considered. The discrete transfer function of the electromagnetic bearing considering the zero order hold device which function is carried out by the digital power converter is found. It is shown that the received transfer function allows to formulate at a design stage requirements to computing capacity of the microprocessor.

Electromagnetic bearing, digital control system, sample time, discrete transfer function, zero order hold device