



УДК 681.515

Ю. А. Гольцов, А. С. Кижук, В. Г. Рубанов
Белгородский государственный технологический
университет им. В. Г. Шухова

Управление температурным полем нагревательной установки в форме модели дробного порядка

Разработано и реализовано устройство управления температурным режимом нагревательной установки в форме модели дробного порядка в технологическом процессе выращивания кристалла сапфира. Проиллюстрировано улучшение качества системы путем применения дробных законов управления широтно-импульсной модуляцией. Показано, что использование свойства полевого транзистора существенно увеличивать значение допустимого тока в кратковременном импульсном режиме приводит к возможности реализации гибкого управления большой мощностью.

Нагревательная установка, дробный порядок, тепловой объект, теплопроводность, тигель, аппроксимация, полевой транзистор, законов управления, промышленный контроллер

Технология выращивания монокристаллов представляет собой процесс управляемой кристаллизации, при котором качество растущего кристалла определяется точностью управления условиями фазовых переходов [1]. При выращивании кристалла синтетического сапфира необходимо обеспечить закон изменения температуры в тигле от 25 до 2050 °С с определенной степенью наращивания и спада температуры, что предполагает применение автоматической системы управления с возможностью программного задания изменения температуры в тигле с заданной точностью.

Математическая модель нагревательной установки может быть получена на основе решения нестационарной краевой задачи теплопроводности [2]. Такое математическое описание теплового объекта основано на аналитическом представлении и позволяет адекватно произвести выбор структуры модели, так как оно отражает реальные тепловые процессы, протекающие в физической системе.

При наличии дрейфа параметров объекта управления, а также при действии внешних и параметрических возмущений типовые ПИД-регуляторы не обеспечивают необходимых статических и динамических показателей.

Обеспечение температурных режимов нагревателя высокой мощности предлагается с использованием регуляторов дробного порядка [3], [4].

Для реализации и исследования дробных законов управления спроектирована и реализована электрическая печь сопротивления.

Тепловой объект, нагревательная установка, состоит из следующих зон (рис. 1): внутреннего печного пространства I , заполненного воздухом или газом; нихромового электронагревателя 2 , равномерно распределенного во внутреннем слое футеровки 3 , состоящей из магнезитового кирпича и внешнего слоя футеровки 4 из минеральной ваты в цилиндрическом стакане из оцинкованной стали. Геометрическая форма печи – ограниченный цилиндр, сверху и снизу которого располагается футеровка. Теплообмен в первых двух зонах обусловлен только теплопроводностью, так как материалы, из которых состоят футеровки и нагреватель печи, являются твердыми и непрозрачными. Теплообмен во внутреннем объеме печи осуществляется конвективной и кондуктивной составляющими.

Поскольку в замкнутом объеме внутреннего печного пространства с примерно равной температурой сте-

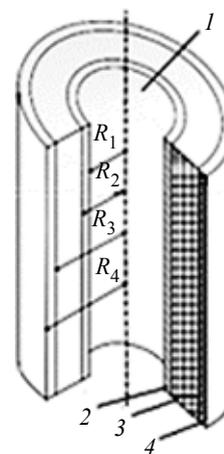


Рис. 1

нок, заполненном подвижной средой (например, воздухом), конвекция протекает не интенсивно, то конвективной составляющей теплообмена можно пренебречь.

Для определения структуры передаточной функции теплового объекта получим аналитическое решение нестационарной краевой задачи теплопроводности при нулевых начальных условиях, при которых рассматриваемый объект находится в состоянии теплового равновесия с окружающей средой.

Решение представим в виде отношения выходной переменной (состояние в точке измерения температуры) к входной переменной (мощности, подводимой к печи), преобразованных по Лапласу [5].

Распределение температуры для каждой зоны описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах. Тепловые процессы в печи достаточно адекватно представляются одномерными уравнениями теплопроводности, содержащими только переменные t (время) и r (радиус цилиндра).

Для внутреннего пространства печи ($0 \leq r \leq R_1$, где R_1 – расстояние от центра печи до нагревателя) уравнение теплопроводности в полярных координатах имеет вид

$$\frac{\partial^2 T_1(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1(r, t)}{\partial r} - \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \frac{\partial T_1(r, t)}{\partial t} = 0,$$

где T_1 – температура во внутреннем пространстве печи; ρ_B – плотность; c_B – теплоемкость воздуха; λ_B – коэффициент теплопроводности.

Для нагревателя ($R_1 \leq r \leq R_2$, где R_2 – расстояние от центра печи до внутренней футеровки) тепловые процессы описываются неоднородным уравнением теплопроводности в декартовой системе координат:

$$\frac{\partial^2 T_2(r', t)}{\partial r'^2} - \frac{c_H \rho_H}{\lambda_H} \frac{\partial T_2(r', t)}{\partial t} + \frac{q_V(t)}{\lambda_H} = 0,$$

где T_2 – температура нагревателя; константы с индексом «н» применены для нагревателя; $q_V(t)$ – объемная плотность теплового потока нагревателя, Вт/м³. В последнем уравнении произведена замена переменной r на r' ($0 \leq r' \leq \Delta R$, $\Delta R = R_2 - R_1$). Для кирпичной футеровки ($R_2 \leq r < R_{\phi 1}$, $R_{\phi 1} = R_3$,

где R_3 – расстояние от центра печи до внешней футеровки):

$$\frac{\partial^2 T_3(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_3(r, t)}{\partial r} - \frac{c_{\phi 1} \rho_{\phi 1}}{\lambda_{\phi 1}} \frac{\partial T_3(r, t)}{\partial t} = 0,$$

где T_3 – температура внутреннего слоя футеровки; теплофизические константы с индексом «ф1» использованы для футеровки из магнезитового кирпича. Для внешнего слоя футеровки из минеральной ваты ($R_3 \leq r < R_{\phi 2}$, $R_{\phi 2} = R_4$, где R_4 – расстояние от центра печи до окончания внешней футеровки):

$$\frac{\partial^2 T_4(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_4(r, t)}{\partial r} - \frac{c_{\phi 2} \rho_{\phi 2}}{\lambda_{\phi 2}} \frac{\partial T_4(r, t)}{\partial t} = 0,$$

где T_4 – температура внешнего слоя футеровки; константы с индексом «ф2» определяют теплофизические величины футеровки из минеральной ваты.

Преобразовав полученные уравнения по Лапласу и решив их согласно [5], имеем:

$$T_1(r, s) = A_1 I_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_B}} \right) + B_1 K_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_B}} \right), \quad (1)$$

$$T_2(r', s) = \frac{a_H}{s \lambda_H} q_V(s) + A_2 e^{r' \sqrt{\frac{s}{a_H}}} + B_2 e^{-r' \sqrt{\frac{s}{a_H}}}, \quad (2)$$

$$T_3(r, s) = A_3 I_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_{\phi 1}}} \right) + B_3 K_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_{\phi 1}}} \right), \quad (3)$$

$$T_4(r, s) = A_4 I_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_{\phi 2}}} \right) + B_4 K_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_{\phi 2}}} \right), \quad (4)$$

где $I_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_B}} \right)$ – модифицированная функция Бесселя мнимого аргумента 1-го рода нулевого порядка; $K_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a_B}} \right)$ – модифицированная функция

Бесселя мнимого аргумента 2-го рода нулевого порядка (или функция Макдональда); a_B , a_H , $a_{\phi 1}$, $a_{\phi 2}$ – температуропроводность воздуха, нагревателя, внутренней и внешней футеровок соответственно; s – оператор Лапласа.

Коэффициенты $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3, A_4, B_4$ находят из краевых условий четвертого рода на границах сопряжения различных сред и третьего рода на внешней границе печи:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_B \frac{\partial T_1(R_1, t)}{\partial r} = \lambda_H \frac{\partial T_2(0, t)}{\partial r'}, \\ T_1(R_1, t) = T_2(0, t), \\ \lambda_H \frac{\partial T_2(\Delta R, t)}{\partial r'} = \lambda_{\phi 1} \frac{\partial T_3(R_2, t)}{\partial r}, \\ T_2(\Delta R, t) = T_3(R_2, t), \\ \lambda_{\phi 1} \frac{\partial T_3(R_2, t)}{\partial r} = \lambda_{\phi 2} \frac{\partial T_4(R_{\phi 1}, t)}{\partial r}, \\ T_3(R_2, t) = T_4(R_{\phi 1}, t), \\ \frac{\partial T_4(R_{\phi 2}, t)}{\partial r} = -\frac{h}{\lambda_{\phi 2}} [T_4(R_{\phi 2}, t) - T_{\infty}], \end{array} \right. \quad (5)$$

где h – коэффициент теплообмена у наружной поверхности печи; T_{∞} – температура окружающего воздуха.

Для упрощения вида последнего уравнения в системе (5) и в силу линейности дифференциальных уравнений теплопроводности температуру в различных зонах нагревательной установки целесообразно представлять относительно температуры среды, при которой наступает состояние равновесия всей рассмотренной тепловой системы (т. е. принимаем $T_{\infty} = 0$). Преобразовав систему по Лапласу и применив допущение о том, что внешняя футеровка рассматривается как полуограниченное тело, так как за время нагрева температура внешней оболочки печи увеличивается незначительно, установим, что коэффициенты $A_1, A_2, B_2, A_3, B_3, B_4$ находятся из краевых условий четвертого рода на границах сопряжения различных сред. При этом из системы (5) исключается последнее уравнение:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_B \frac{\partial T_1(R_1, s)}{\partial r} = \lambda_H \frac{\partial T_2(0, s)}{\partial r'}, \\ T_1(R_1, s) = T_2(0, s), \\ \lambda_H \frac{\partial T_2(\Delta R, s)}{\partial r'} = \lambda_{\phi 1} \frac{\partial T_3(R_2, s)}{\partial r}, \\ T_2(\Delta R, s) = T_3(R_2, s), \\ \lambda_{\phi 1} \frac{\partial T_3(R_2, s)}{\partial r} = \lambda_{\phi 2} \frac{\partial T_4(R_{\phi 1}, s)}{\partial r}, \\ T_3(R_2, s) = T_4(R_{\phi 1}, s). \end{array} \right.$$

Подставив уравнения (1)–(4) и их частные производные в систему и решив ее матричным методом, получим:

$$T_1(0, s) = a_H q_v(s) \left[\alpha_H^2 s K_{03\phi 2} (e^+ - e^-) + \alpha_H \alpha_{\phi 2} s \times \right. \\ \left. \times K_{13\phi 2} (e^- + e^+) - 2\lambda_H \alpha_{\phi 2} \sqrt{a_H} \cdot q_v(s) s K_{13\phi 2} \right] / \lambda_H s \times \\ \times \left[\alpha_H^2 s I_{01B} K_{03\phi 2} (e^+ - e^-) + \alpha_H \alpha_B s I_{11B} K_{03\phi 2} \times \right. \\ \left. \times (e^- + e^+) + \alpha_H \alpha_{\phi 2} s I_{01B} K_{13\phi 2} (e^- + e^+) + \right. \\ \left. + \alpha_B \alpha_{\phi 2} s I_{11B} K_{13\phi 2} (e^+ - e^-) \right],$$

где введены следующие обозначения: $e^+ = e^{\frac{\Delta R}{\sqrt{a_H}} \sqrt{s}}$, $e^- = e^{-\frac{\Delta R}{\sqrt{a_H}} \sqrt{s}}$, $\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\sqrt{a_i}}$, а также обо-

значения модифицированных функций Бесселя первого (I) и второго (K) родов нулевого или первого порядка (первый индекс), в соответствии с радиусом (второй индекс) и параметрами среды (третий индекс), принятых согласно уравнениям (1)–(4).

Определим передаточную функцию объекта управления в виде $\bar{W}(s) = T_1(0, s)/q_v(s)$ и упростим выражение, применив тригонометрические формулы гиперболических синуса и косинуса:

$$\bar{W}(s) = \left[a_H (\alpha_H^2 s K_{03\phi 2} \text{Sh} + \alpha_H \alpha_{\phi 2} s K_{13\phi 2} \text{Ch}) - \right. \\ \left. - 2\lambda_H \alpha_{\phi 2} \sqrt{a_H} \cdot s K_{13\phi 2} \right] / \left[\lambda_H s \alpha_H s K_{03\phi 2} (\alpha_H I_{01B} \text{Sh} + \right. \\ \left. + \alpha_B I_{11B} \text{Ch}) + \alpha_{\phi 2} s K_{13\phi 2} (\alpha_H I_{01B} \text{Ch} + \alpha_B I_{11B} \text{Sh}) \right],$$

где применены обозначения: $\text{Sh} = \text{sh} \left(\frac{R_2 - R_1}{\sqrt{a_H}} \sqrt{s} \right)$,

$$\text{Ch} = \text{ch} \left(\frac{R_2 - R_1}{\sqrt{a_H}} \sqrt{s} \right).$$

Входную переменную можно представить в виде безразмерной величины – доли в процентном выражении от максимальной мощности нагревателя, которая формально совпадает со скважностью импульсов модулятора, выраженной также в процентах.

Определим передаточную функцию печи следующим образом:

$$W(s) = \frac{T_1(0, s)}{\bar{P}(s)} = \\ = \frac{P_{\max}}{100} \frac{1}{L\pi(R_2^2 - R_1^2)} \bar{W}(s), \quad (6)$$

где $P(s)$ – мощность электронагревателя; $P_{\max}/100$ – доля от максимально возможной мощности P_{\max} в процентном выражении, подаваемой на электронагреватель; L – высота цилиндра.

Тепловой объект имеет следующие параметры: $R_1 = 0.066833$, $R_2 = 0.0675$, $\Delta R = 0.000667$, $R_{\phi 1} = R_3 = 0.135$, $R_{\phi 2} = R_4 = 0.173$, $L = 0.2$ м; $\lambda_B = 0.0242$, $\lambda_H = 12.3$, $\lambda_{\phi 1} = 4.64$, $\lambda_{\phi 2} = 0.038$ Вт/(м · К); $c_B = 1005$, $c_H = 450$, $c_{\phi 1} = 900$, $c_{\phi 2} = 840$ Дж/(кг · К); $\rho_B = 1.205$, $\rho_H = 8350$, $\rho_{\phi 1} = 2700$, $\rho_{\phi 2} = 180$ кг/м³, $h = 20$ Вт/(м² · К).

В среде MatLab с использованием свободно распространяемой библиотеки FOMCON произведена идентификация передаточной функции печи (13) по ее частотной характеристике [6]. Результаты процесса идентификации приведены на рис. 2.

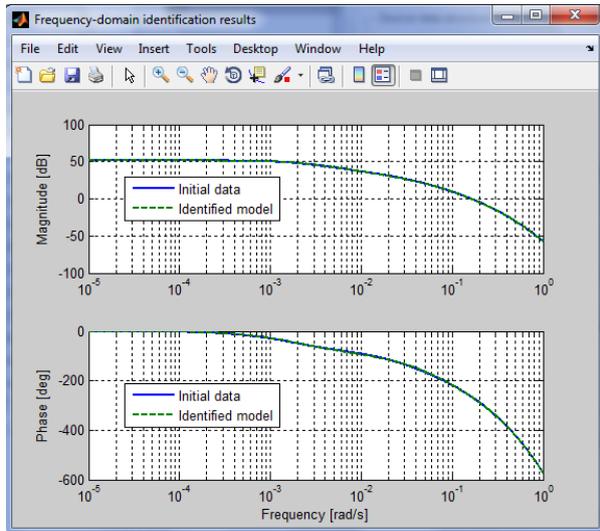


Рис. 2

В результате получена следующая передаточная функция дробного порядка:

$$W_{др}(s) = (-56\,470.1s^{1.5} + 368\,458.1s^{4.5} - 1\,098\,059s^4 + 1\,908\,472s^{3.5} - 2\,053\,727.5s^3 + 1\,322\,484s^{2.5} + 418\,509.65s^2 + 1294.5s^2 + 25\,086s + 724.23s^{0.5} + 347.75) / (3\,520\,200s^5 + 810\,270s^{4.5} + 3\,571\,500s^4 + 59\,502s^{3.5} + 839\,830s^3 + 49\,723s^{2.5} + 45\,772s^2 + 1413.6s^{1.5} + 650.08s + 2.152s^{0.5} + 1). \quad (7)$$

Графики экспериментальной переходной характеристики (кривая 1), полученной аналитически модели в форме передаточной функции дробного порядка (7) (кривая 2) и в форме модели целого порядка (кривая 3):

$$W(s) = (-293.37s^5 + 721.17s^4 - 1290.87s^3 + 1418.56s^2 - 1004.57s + 344.17) / (246\,950s^5 + 228\,450s^4 + 99\,283s^3 + 13\,431s^2 + 539.07s + 1),$$

представлены на рис. 3

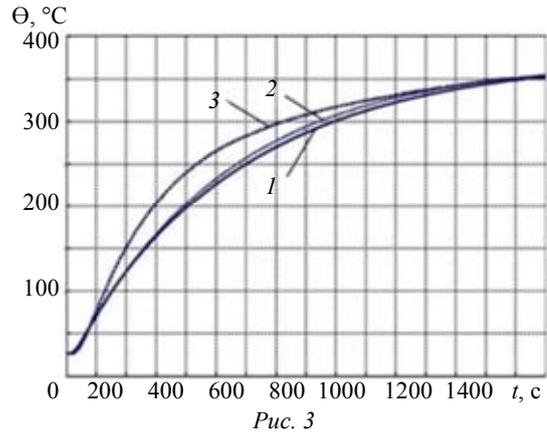


Рис. 3

В силу сложности применения полученной аналитической модели (7) возникает задача аппроксимации полученного математического описания передаточной функцией более простого вида, но достаточно точно отражающей динамические свойства реального объекта. Видно, полученная модель объекта в форме передаточной функции дробного порядка трудно применима для решения задачи синтеза закона управления. В связи с этим целесообразно с целью упрощения совместить классический метод аппроксимации с использованием библиотеки FOMCON, рассмотренной ранее. В результате определена следующая передаточная функция по экспериментальной кривой разгона:

$$W(s) = \frac{327.8}{10\,240s^2 + 352s + 1}. \quad (8)$$

С помощью метода наименьших квадратов (МНК) проведена аппроксимация полученной передаточной функции (8) дробно-иррациональной функцией и итерационными методами установлена дробная степень, обеспечивающая наилучшее приближение:

$$W(s) = \frac{344.5}{8085s^2 + 231s^{0.911} + 1}. \quad (9)$$

На рис. 4 приведены графики экспериментальной переходной характеристики (кривая 1) и результаты ее аппроксимации двумя моделями: дробно-иррациональной передаточной функцией (9) (кривая 2) и дробно-рациональной передаточной функцией (8) (кривая 3). Анализируя динамические характеристики полученных моделей, можно установить, что дробно-иррациональная передаточная функция по сравнению с дробно-рациональной передаточной функцией точнее описывает динамические свойства модели (СКО при дробно-иррациональном представлении составляет 2.5447 против 8.8438 °С при дробно-рациональном представлении) [7].

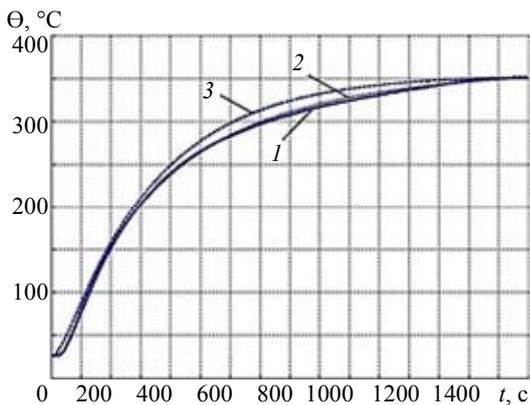


Рис. 4

В среде MatLab-Simulink получены переходные характеристики с ПИ-регулятором $W_{ПИ}(s) = 4.8 + 0.0312s$ (рис. 5), при этом время регулирования составило 900 с, перерегулирование – 10 %, а с дробным ПИ-регулятором $W_{ДПИ}(s) = 4.8 + 0.0321s^{0.931}$ (рис. 6) время регулирования составило 400 с, перерегулирование – 1 %.

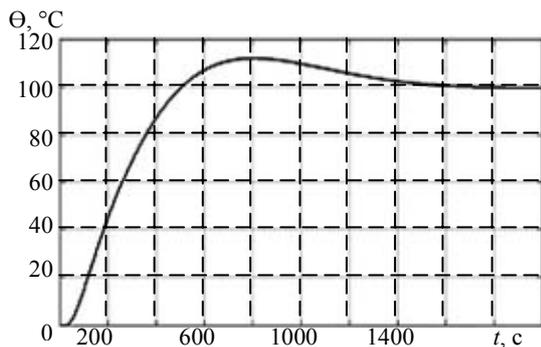


Рис. 5

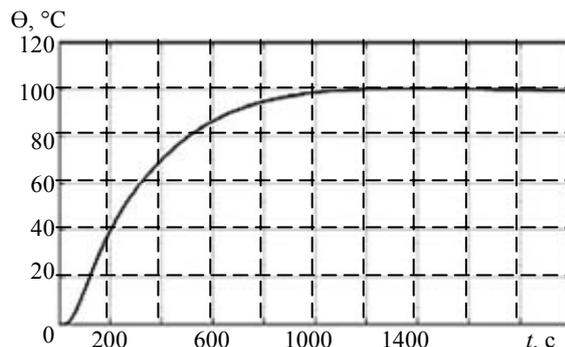


Рис. 6

Используемые в настоящее время регуляторы температуры с тиристорными исполнительными устройствами всех типов, существенно искажают форму кривой тока, потребляемого из сети, приводя к возникновению в питающей сети несинусоидальных режимов.

Устранить отмеченные недостатки и упростить систему регулирования представляется возможным, применив в качестве исполнительного устройства полевые транзисторы.

На основании патента [8] разработана система управления нагревателем высокой мощности. В контуре управления используется промышленный контроллер SMH 2Gi, позволяющий реализовать законы регулирования дробного порядка и входящий в программу по импортозамещению [9]. Измерение текущей температуры нагревателя производится термопарой, сигнал с которой посредством нормирующего преобразователя передается на модуль аналогового ввода контроллера.

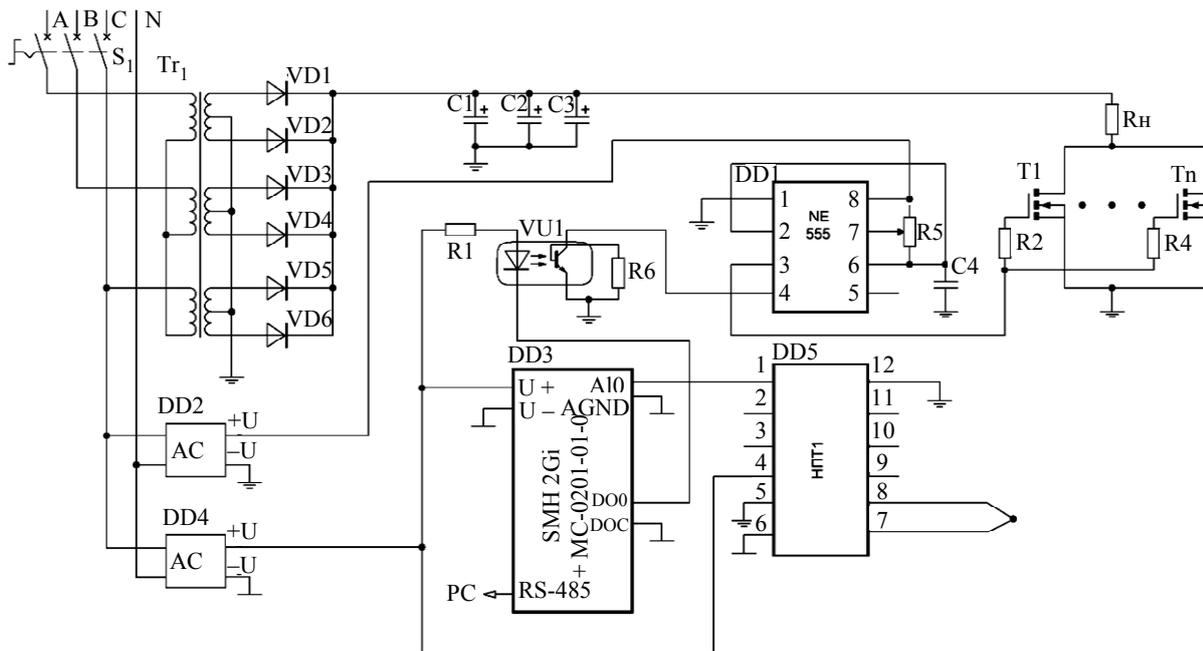


Рис. 7

С целью обеспечения высокой мощности энергетической установки при работе в промышленной сети питания применен трехфазный трансформатор с управлением в цепи вторичной обмотки. Разработана принципиальная схема управления ключами, реализованными на полевых транзисторах (рис. 7). Использована особенность работы полевого транзистора в импульсном режиме, заключающаяся в уменьшении сопротивления сток–исток полевого транзистора при кратковременной длительности управляющего импульса [10].

Обеспечение работы полевого транзистора в импульсном режиме возможно заданием времени длительности управляющих импульсов, подаваемых на затвор. Для транзистора IRF3205, согласно зависимости тока истока от напряжения сток–исток и длительности управляющего импульса, подаваемого на затвор полевого транзистора, выбрано время коммутации управляющих импуль-

сов длительностью 10...100 мкс. Для обеспечения требуемой мощности, увеличивается количество параллельно соединенных полевых транзисторов пропорционально в каждой группе. При этом потребление мощности из питающей электросети становится непрерывным.

Дальнейшее совершенствование устройства управления температурным полем нагревательной установки в технологическом процессе выращивания кристалла сапфира возможно за счет введения дополнительных контуров регулирования охлаждения, разрядки и т.п., причем эти подсистемы могут быть реализованы на том же контроллере SMH 2Gi, так как его оставшиеся ресурсы оказываются достаточными для этих целей.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Белгородской области в рамках проекта № 14-41-08009 «р_офи_м».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лодиз Р., Паркер Р. Рост монокристаллов. М.: Мир, 1974. 540 с.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 600 с.
3. Fractional Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications / A. M. Concepcion, Y. Q. Chen, B. Vinagre, D. Xue, V. Feliu // Ser.: Advances in Industrial Control. Berlin: Springer, 2010. 430 с.
4. Мишунин В. В. Устройство управления тепловым объектом с использованием закона управления дробного типа // Изв. вузов. Сер. Приборостроение. 2003. № 11. С. 30–34.
5. Мишунин В. В., Рубанов В. Г. Системы автоматического управления и контроля с дробно-иррациональными передаточными функциями. Белгород: Изд-во БГТУ, 2004. 255 с.
6. Fractional-order Modeling and Control. URL: <http://fomcon.net/> (дата обращения: 25.11.15).
7. Реализация алгоритма аппроксимации дробного интегродифференцирования с оценкой ошибки / В. Г. Рубанов, А. С. Кижук, Ю. А. Гольцов, Е. Б. Кариков // Вестн. БГТУ им. В. Г. Шухова. 2015. № 2. С. 148–151.
8. Пат. 2515129 РФ, МПК G05D 23/00. Система регулирования температуры электронагрева / А. С. Кижук, В. Г. Рубанов, А. В. Чув; патентообладатель БГТУ им. В. Г. Шухова. № 2013101096/09; заявл. 09.01.13; опубл. 27.04.14. Бюл. № 12. 5 с.
9. SMH 2Gi. Мощный свободно программируемый панельный контроллер с ОС Linux. URL: http://www.segnetics.com/smh_2gi/ (дата обращения: 25.11.15).
10. Rubanov V. G., Kizhuk A. S., Goltsov Y. A. Microprocessor Control System of Sapphire Crystal's Growth Temperature Regime // Intern. J. of Soft Comp. 2015. № 10. С. 326–331.

Yu. A. Gol'tsov, A. S. Kizhuk, V. G. Rubanov
Belgorod State Technological University Named after V. G. Shukhov

CONTROL OF THE HEATING INSTALLATION TEMPERATURE FIELD IN THE FORM OF FRACTIONAL-ORDER MODEL

Was developed and implemented the device for controlling the temperature mode of heating system in the form of fractional order model in the technological process of sapphire crystal growing. As it is illustrated in article the usage of fractional control laws of PWM increases the system quality. And also is shown that using of FET properties of significantly increasing the value of able current in the short-pulse mode led to the possibility of implementing a flexible control for large capacity.

Heating set, fractional order, heating object, thermal conductivity, crucible, approximation, a field effect transistor, the control laws, industrial controller