

УДК 534.2

Р. С. Коновалов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Распространение волны Лява вдоль поверхности пакового льда

*Представлены результаты теоретического исследования параметров волн Лява, распространяющихся вдоль поверхности ледового покрова. Показана возможность оценки толщины льда со слабонеоднородным поверхностным слоем. Получены соотношения, описывающие глубину локализации и скорость поперечных волн в зависимости от параметров слоя льда.*

### **Волна Лява, ледовый покров, неоднородный поверхностный ледовый слой, сдвиговая волна, продольная волна**

Отражение звука от ледовой границы оказывает существенное влияние на распространение акустических волн в морях, большую часть времени покрытых льдом. В связи с этим возникает необходимость исследования акустических параметров и локальных отражающих свойств пакового льда в естественных условиях.

Снижение рабочих частот гидролокационных систем, вызванное увеличением дистанции эхо- и шумопеленгования, приводит к необходимости рассматривать ледовый покров как твердый слой, толщина которого сравнима с длиной звуковой волны. Кроме того, послойная неоднородность упругих параметров льда также заметно влияет на параметры распространяющихся волн. Так, в работах [1], [2] экспериментально доказывается, что свойства льда в значительной степени зависят от градиентов плотности, скоростей и коэффициентов затухания продольных и поперечных волн, солености воды, сезонности измерений параметров, структурно-текстурных неоднородностей и др. В работах [1]–[4] дается обзор параметров многолетних паковых льдов, а также приводятся способы определения этих параметров.

Интерес к исследованию именно многолетнего пакового льда обусловлен тем, что площадь его из статистики толщин ледового покрова [4] составляет не менее 70 % от общей площади дрейфующего льда Арктики. Вместе с тем, знание локальных акустических характеристик морского льда позволяет значительно облегчить решение задач статистического прогнозирования отражательных и рассеивающих свойств ледового покрова.

Целью работы стало изучение зависимости образования акустических волн, распространяющихся вдоль поверхности ледового покрова, в предположении, что он содержит слабонеоднородный поверхностный слой. Такое предположение подтверждается практически. В работе [4] на многолетних измерениях параметров ледового покрова дрейфующих станций СП-13Ф2 и СП-18 показано, что неоднородность физико-механических свойств по толщине ледового покрова сильно сказывается на скорости распространения в нем упругих колебаний (рис. 1, а). Неоднородность акустических параметров льда вдоль горизонтальной координаты сказывается только на больших расстояниях и обусловлена разнообразием рельефа нижней и верхней поверхностей льда, а также изменением макроструктуры ледового покрова. Важной характерной особенностью пакового льда является и то, что скорости продольных и сдвиговых волн в средних слоях ледового покрова максимальны и уменьшаются с приближением к границам. Понижение скоростей распространения в нижних, насыщенных расслоением слоях, а также в верхних слоях дрейфующего пакового льда, обладающих пониженной плотностью из-за большого количества воздушных включений, удовлетворительно объясняется на основе теории распространения звуковых волн в пористых средах. При этом скорости упругих волн мало зависят от направления распространения звуковой волны. Это связано с тем, что анизотропия акустических свойств морского льда

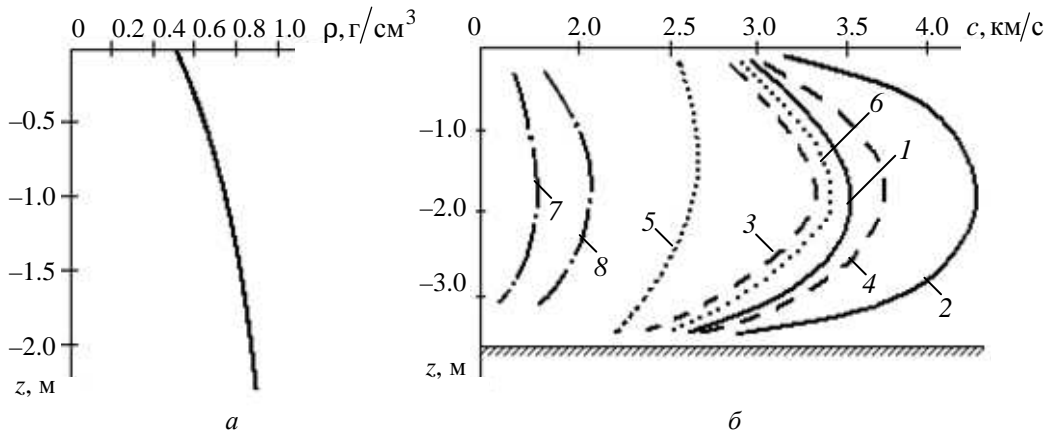


Рис. 1

при локальных измерениях проявляет себя менее ярко, чем в монокристаллах льда, где степень анизотропии может достигать 20 %.

Результаты многочисленных исследований плотности дрейфующих льдов, приведенные в работах [5]–[7], показывают, что общей особенностью всех льдов, независимо от их возраста, является минимальная плотность верхнего слоя. Толщина этого слоя для паковых льдов достигает 50...80 см, причем в пределах его по глубине наблюдается монотонное возрастание плотности от 0.83...0.86 до 0.9 г/см<sup>3</sup>. С глубиной плотность изменяется незначительно и доходит до 0.915 г/см<sup>3</sup>. В самых нижних, водонасыщенных слоях, общая плотность системы вода–лед больше 0.915 г/см<sup>3</sup>, хотя плотность, измеренная на образцах, изъятых из нижних слоев, оказывается меньше этой величины из-за образования пор в результате вытекания рассола [4]. На рис. 1, б приведены кривые, поясняющие эти зависимости и показывающие распределение по толщине пакового льда пределов изменения скоростей продольных и сдвиговых волн. Кривые ограничивают области изменения скоростей: 1, 2 – продольных волн зимой (ноябрь–апрель); 3, 4 – в межсезонье (май, сентябрь, октябрь); 5, 6 – продольных волн летом (июнь–август); 7, 8 – сдвиговых волн.

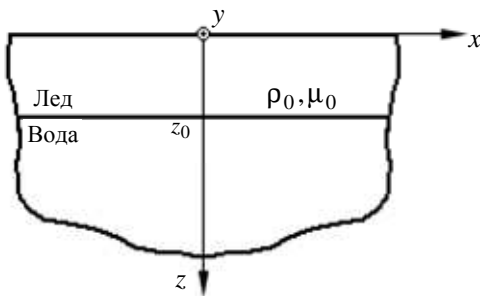


Рис. 2

На основе описанных экспериментальных данных поставлена задача применить распространение волны типа Лява вдоль границы лед–воздух. Такую волну можно назвать обобщенной волной Лява.

Параметры адекватной реальному льду модели выбраны таким образом, чтобы они соответствовали экспериментальным результатам (рис. 1, а, б). Однако еще в работе принято допущение, что толщина ледового покрова много больше длины излучаемых волн. На частотах свыше 10 кГц такое утверждение правомерно для льдов, толщины которых достигают 3 м и более, поэтому ледовый покров можно считать полупространством. При этом строгое решение задачи определения характера распространения звуковой волны в среде с непрерывным изменением акустических параметров сводится к решению волновых уравнений с соответствующими условиями на границе раздела воздух–лед. Рассмотрим эту задачу на примере изотропного идеального упругого твердого полупространства с тонким и слабонеоднородным поверхностным слоем (рис. 2). Пусть плотность  $\rho$  и модуль сдвига  $\mu$  изменяются по следующим законам [8]:

$$\rho = \rho_0 \left( 1 - \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{z_0}\right) \right),$$

$$\mu = \mu_0 \left( 1 - \frac{\Delta\mu}{\mu_0} \exp\left(-\frac{z}{z_0}\right) \right),$$

где  $z$  – координата, направленная вглубь полупространства;  $z_0$  – характерная глубина неоднородного слоя;  $\rho_0$  и  $\mu_0$  – соответствующие значения  $\rho$  и  $\mu$  на большой глубине,  $0 < \Delta\rho/\rho_0$ ,  $\Delta\mu/\mu_0 \ll 1$ . Предполагается, что плотность льда

и скорость сдвиговой волны в нем в соответствии с этими выражениями увеличиваются с глубиной льда до уровней, соответствующих максимумам на рис. 1, а, б. Динамическое уравнение движения для неоднородного полупространства:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1)$$

где  $U_i$  – тензоры смещений в акустической волне;  $\sigma_{ik}$  – тензор напряжений в акустической волне с модулями упругости, являющимися функциями координат  $x_k = (x, y, z)$ ;  $t$  – время,  $i, k = 1, 2, 3$ .

Для частного случая (волн Лява), когда  $U_x = U_z = 0$ ,  $U_y \neq 0$ , а зависимость плотности и упругих модулей есть только от координаты  $z$ , уравнение (1) приобретает вид

$$\rho \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} - \mu(z) \Delta U_y - \frac{d\mu}{dz} \frac{\partial U_y}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Поскольку неоднородности слабые, последний член уравнения (2) много меньше остальных, его можно отбросить (справедливость этого априорного предположения подтверждается далее полученным решением).

Для решения используем уравнение гармонической волны, распространяющейся вдоль границы:

$$U_y = A F(z) \exp[j(kx - \omega t) - sz], \quad (3)$$

где  $A$  – произвольная постоянная;  $F(z)$  – неизвестная функция;  $j = \sqrt{-1}$ ;  $k$  – неизвестное волновое число;  $k_t^0 = \omega \sqrt{\rho_0 / \mu_0}$ ;  $s = \sqrt{k^2 - (k_t^0)^2}$  (под  $s$  понимается ветвь этой функции, удовлетворяющая условию излучения).

Введем новую переменную

$$\xi = \left( \frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \right) \exp\left(-\frac{z}{z_0}\right) = d^2 \exp\left(-\frac{z}{z_0}\right).$$

Подставив выражение (3) в уравнение (2) без последнего члена, получим дифференциальное уравнение для  $F$ :

$$\xi(1-\xi) \frac{d^2 F}{d\xi^2} + [(1+2sz_0) - \xi(1+2sz_0)] \times \\ \times \frac{dF}{d\xi} + (k_t^0 z_0)^2 F = 0.$$

Решением этого уравнения является функция вида  $F(\alpha, \beta, \gamma, \xi)$ , где  $\alpha = (s-k)z_0$ ,  $\beta = (s+k)z_0$ ,  $\gamma = 1 + 2sz_0$ . Приближенное выражение для  $F$  следующее:

$$F = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \xi + O(\xi^2).$$

Решение (3) должно удовлетворять граничному условию отсутствия сдвиговых напряжений на плоскости  $z = 0$ , т. е.

$$\mu(z) \frac{\partial U_y}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (4)$$

Произведя вычисления, из (4) можно получить дисперсионное уравнение, которое приводит к выражению для искомого волнового числа поверхностной волны:

$$k = k_t^0 \left[ 1 + \frac{(k_t^0 z_0)^2}{2} d^4 + O(d^6) \right]. \quad (5)$$

Выражения (3) и (5) показывают, что при рассмотренной неоднородности поверхностного слоя в твердом полупространстве может существовать и распространяться наряду с рэлеевской дополнительная поверхностная волна, являющаяся некоторым обобщением волны Лява. Эта волна локализована в поверхностном слое толщиной  $z_{Л} = 1/s$  и тем больше, чем слабее неоднородность:

$$z_{Л} = \left( \frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \right)^{-1} \frac{1}{k_t^0 z_0} \frac{1}{k_t^0}.$$

Так, при  $\frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 0.08$ ,  $k_t^0 z_0 = 1$  волна локализована в слое порядка двух длин волн:  $z_{Л} \approx 2\lambda$ , а ее фазовая скорость  $c = 0.997c_t^0$ , т. е. меньше скорости поперечной объемной волны в однородном пространстве (с параметрами  $\rho_0$  и  $\mu_0$ ) на 0.3%. Таким образом, зная скорость распространяющейся вдоль поверхности льда волны Лява, можно определить параметр  $\frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ , из которого определить его толщину. Однако подобный подход требует экспериментальной проверки и статистического анализа результатов полученных соотношений.

Таким образом, в рамках работы показана возможность оценки толщины льда со слабонеоднородным поверхностным слоем на основе

анализа параметров распространяющихся вдоль него акустических волн Лява.

Работа выполнена в СПбГЭТУ «ЛЭТИ» при финансовой поддержке Министерства образова-

ния и науки Российской Федерации в рамках договора № 02.G25.31.0058 от 12.02.2013 г.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бузуев А. Я. Некоторые статистические закономерности распределения толщины многолетнего льда // Тр. ААНИИ. 1968. Т. 284. С. 76–83.
2. Бузуев А. Я., Дубовцев В. Ф. Статистические характеристики некоторых параметров ледяного покрова в Арктике // Тр. ААНИИ. 1971. Т. 303. С. 166–179.
3. Богородский В. В. Упругие характеристики льда // Акуст. журн. 1958. Т. 4, № 1. С. 19–23.
4. Кудрявцев О. В. Акустические свойства дрейфующего пакового льда. URL: [http://sound-theory.ru/PDF/akusticheskie\\_svoystva\\_drejfujuushhego\\_pakovogo\\_lda.pdf](http://sound-theory.ru/PDF/akusticheskie_svoystva_drejfujuushhego_pakovogo_lda.pdf)
5. Грубник Н. А. Исследование акустических параметров морского полярного льда. М.: Изд-во АКИН, 1963.
6. Богородский В. В., Гусев А. В., Хохлов Г. П. Физика пресноводного льда. Л.: Гидрометеиздат, 1971.
7. Паундер Э. Физика льда. М.: Мир, 1967.
8. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.

R. S. Konovalov

Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

### LOVE WAVE PROPAGATION ALONG THE SURFACE OF THE PACK ICE

*The results of the theoretical study of the parameters of the Love waves propagating along the surface of the ice are presented. The possibility of evaluating the thickness of the ice with a slightly inhomogeneous surface layer are shows. The equations that describe the depth of the location and speed of these waves depends on the parameters of the ice layer are obtained.*

**LOVE wave, ice cover, heterogeneous surface ice layer, shear wave, longitudinal wave**