УДК 378.147+001.891.57

Д. Х. Имаев, Е. Е. Котова
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Оценка параметров динамических моделей обучаемых по результатам экспресс-диагностирования

Представлены дискретные и непрерывные модели студентов, параметры которых, оцениваемые по результатам экспресс-диагностирования, характеризуют индивидуальные различия обучаемости. Предлагаемые модели позволяют прогнозировать результаты обучения студентов групп разной подготовленности.

Динамические модели, экспресс-диагностирование, процесс накопления знаний, уровень усвоенных знаний, длительность обучения, интенсивность дидактических усилий, планирование учебного процесса

Анализ зависимости результатов обучения от различных факторов и планирование учебного процесса невозможны без минимально необходимого объема сведений о характеристиках обучаемого, другими словами, – знаний свойств объекта управления в объеме, достаточном для предсказания последствий управляющих и возмущающих воздействий. Организация групповых занятий, кроме того, требует оценки некоторых усредненных показателей уровня начальной подготовки контингента потенциальных учащихся и их способностей к обучению.

Знания об объекте управления, представленные в форме, обеспеченной методами и средствами исследования, называют моделью. Важнейшее для успешного решения поставленных задач значение имеет выбор как модели, так и формы ее представления. Теория управления имеет дело с символьными, математическими моделями, формализующими описание причинно-следственных связей переменных, характеризующих состояние объекта.

Если не имеют существенного значения время и процесс достижения цели, то достаточно иметь статические модели объекта. Весьма часто в задачах управления важны процессы достижения цели, например, временна́я траектория, по которой объект должен переходить из начального состояния в конечное. Так как реальные объекты не могут мгновенно реагировать на управляющие воздействия, для расчета управляющих воздействий необходимы динамические модели, описывающие форму и время реакции на воздействия.

Сказанное в полной мере относится к управлению процессом роста уровня знаний (когнитивного развития, совершенствования навыков) обучаемых и развития личностных характеристик. Динамическому подходу к описанию когнитивного роста посвящен ряд работ (например, [1]–[4]).

В терминах наиболее абстрактных математических моделей студент как объект управления уровнем знаний представляет оператор отображения переменных – функций времени, описывающих состояние объектов и воздействия

$$y(t) = O\{u(t),\ f(t)\}, \qquad (1)$$

где y – уровень усвоенных знаний (навыков, умений); u – управляющее воздействие (интенсивность дидактических усилий, когнитивной нагрузки); f – возмущения среды обучения; t – время.

Типы переменных и операторов. Тип переменных определяется характером множеств, на которых принимают значения функции и их аргументы в моделях обучения.

1. Если предположить непрерывный контроль уровня знаний и коррекцию дидактических усилий, то моделями аналоговых сигналов являются непрерывные функции $y(t)$; $y \in \mathbf{R}$, $t \in \mathbf{R}^+$ т. е. $-\infty < y < \infty$, $t \ge 0$.

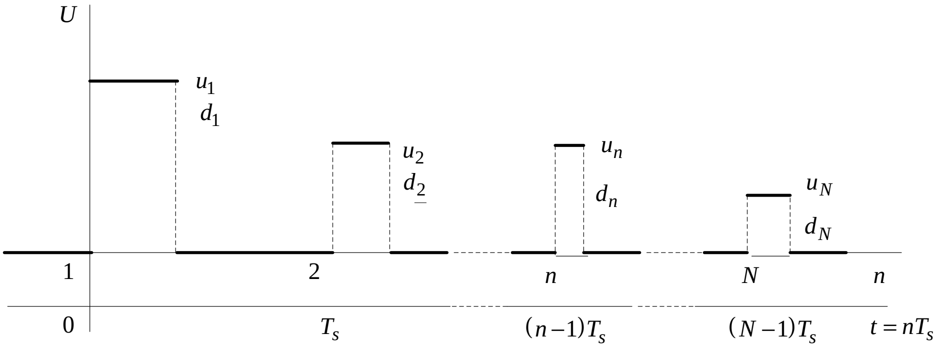

Рис. 1

2. В условиях периодического контроля уровня знаний и коррекции дидактических усилий так называемые импульсные сигналы моделируются числовыми последовательностями $y[n] \equiv y_n$. Здесь уровни переменных непрерывны, а аргумент принимает значения на счетном множестве единиц условного (абстрактного) времени $n \in \mathbf{Z}^+$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$). Одна и та же последовательность описывает различные по длительности и темпу процессы в зависимости от периода дискретизации времени T_s, который может равняться академическому часу, дню, неделе, семестру или всему курсу обучения. Так называемое реальное время получается умножением абстрактного времени на период дискретизации $t = n\,T_s$.

3. Балльная система оценки уровня знаний и дозировка дидактических усилий в академических часах приводят к моделям так называемых релейных сигналов в виде переменных, квантованных по уровню и непрерывных во времени. Функция принимает значения из конечного множества, а время непрерывно $\tilde{y}(t)$; $\tilde{y} \in \mathbf{K}$; $t \geq 0$. Элементы конечного множества значений функции $\tilde{x}$ соответствует тем или иным событиям и могут обозначаться любыми символами – цифрами (баллами), знаками, словами («удовлетворительно», «хорошо» и т. п.).

4. Периодический контроль знаний с выставлением баллов и коррекция дидактических усилий в академических часах дают пример цифровых сигналов, квантованных по уровню и дискретных во времени. Моделями цифровых сигналов являются функции дискретного аргумента $\tilde{y}[n]$ – последовательности, принимающие значения на конечных множествах.

5. Дискретные модели объясняют процессы обучения в условных единицах времени. Информация об интенсивности дидактических усилий $U[n]$ как результат принимаемых органом управления (преподавателем) решений представляет последовательность $U_1, \ldots, U_n, \ldots, U_N$, где N – число заданий (тем) дисциплины. Вместе с тем, принятые решения об интенсивности дидактических усилий необходимо исполнить в реальном времени. Пусть воздействия исполнительного органа (преподавателя) на объект обучения (студента) моделируются последовательностью прямоугольных импульсов, следующих с периодом T_s (рис. 1). N-й импульс соответствует времени $t = (N–1)\ T_s$). Амплитуда n-го импульса u_n отвечает интенсивности, а ширина d_n – длительности воздействия (например, занятий); на оси абсцисс указаны как номера импульсов, так и реальные времена их действия. Анализ реакции на импульсный сигнал требует разработки непрерывных моделей объекта обучения.

Тип оператора (1) зависит от типа переменных. Отображение непрерывных переменных описывается оператором в виде неоднородного дифференциального уравнения, а числовых последовательностей – разностного уравнения. Если сигналы квантованы по уровню и непрерывны во времени, то говорят о логических (событийных) системах, математическими моделями которых являются конечные автоматы. Наконец, если время дискретно, а множество значений функции конечно, то цифровые системы описывают синхронными автоматами.

Модели студента в режимах диагностирования и обучения. Для предварительной оценки способности индивидуума к обучению и классификации контингента в [5] предложено использовать результаты экспресс-диагностирования потенциальных учащихся по методике Струп-М [6], модифицированной на основе компьютерных технологий.

Дискретная динамическая модель студента в режиме диагностирования описывает изменение скорости выполнения заданий в виде линейного разностного уравнения первого порядка

$$v_{n+1} = \left(1 - 3\big/ N_{\text{пер}}\right) v_n + \left(3\, v_{\text{уст}} \big/ N_{\text{пер}}\right) u_n\,, \quad (2)$$

где $v_n \equiv v[n]$ – скорость выполнения n-го задания; $u_n = \mathbf{1}_n$ – единичная сложность тестовых заданий в условных единицах. Параметры модели $v_{\text{уст}}$ и $N_{\text{пер}}$, характеризующие установившуюся скорость выполнения заданий и инертность испытуемого, оцениваются по данным диагностирования [5].

Процедуру экспресс-диагностирования предлагается рассматривать как имитацию в ускоренном времени процесса обучения, что означает «проецирование» процесса диагностирования на обучение в реальном времени [5]. Это служит основанием для принятия моделей в режимах обучения и диагностирования одного и того же типа, класса и структуры. Дискретная модель в режиме обучения описывает процесс роста уровня знаний. Для этого модель (2) дополняется описанием процесса накопления знаний

$$y_{n+1} = y_n + v_n;\ y_0\,, \quad (3)$$

где y_n – уровень достигнутых знаний; y_0 – начальный уровень знаний. Разностным уравнением (3) описывается интегратор с дискретным временем.

Структура модели студента в режиме обучения задается системой разностных уравнений (2) и (3) с параметрами, помеченными знаком «тильда»

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \left(1 - 3\big/ \tilde{N}_{\text{пер}}\right) v_n + 3\left(\tilde{v}_{\text{уст}} \big/ \tilde{N}_{\text{пер}}\right) u_n;\ v_0, \\ y_{n+1} &= y_n + v_n;\ y_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $n = 1, \ldots, N$; N – длительность обучения в условных единицах времени (у. е. вр.); u_n – интенсивность в условных дидактических единицах (у. д. е.).

Компьютерная имитационная модель обучаемого на языке графического редактора Simulink [7] приведена на рис. 2, где N – длительность переходного процесса; vs – установившаяся скорость выполнения заданий. Блок Constant задает уровень дидактического ресурса. Генератор Band-Limited White Noise имитирует шумы, сопровождающие испытания.

Параметры дискретной модели в режиме обучения ($\tilde{v}_{\text{уст}} / \tilde{N}_{\text{пер}}$) предлагается вычислять по значениям параметров модели (2) в режиме диагностирования ($v_{\text{уст}} / N_{\text{пер}}$).

Примем, что переходный процесс в режиме обучения занимает ту же часть всего периода, что и переходный процесс в режиме выполнения 100 тестовых заданий. Тогда

$$\tilde{N}_{\text{пер}} = c\, N = \frac{N_{\text{пер}}}{100}\, N\,,$$

где N – длительность всего периода обучения (число тем/заданий, требующих усвоения/выполнения); $N_{\text{пер}}$ – длительность переходного процесса в режиме обучения; c – коэффициент, учитывающий отношение длины переходного процесса ко всему периоду. Ранее с ориентацией на гистограмму распределения данных диагностирования групп студентов технического вуза [5] принято, что в режиме диагностирования параметр $N_{\text{пер}}$ примерно равен 30, 60 и 90 заданий для «сильных», «средних» и «слабых» студентов. Соответственно коэффициент c = 0.3; 0.6 и 0.9. Например, если обучение состоит в усвоении $N = 36$ тем, то ориентировочно следует принять следующие нечеткие границы для параметра модели в режиме обучения: $\tilde{N}_{\text{пер}} = c\,36 \cong$ 10; 20 и 30 тем (заданий).

Границы установившихся скоростей $v_{\text{уст}}$ выполнения тестовых заданий «слабыми», «средними» и «сильными» студентами также назначаются в соответствии с гистограммой распределения

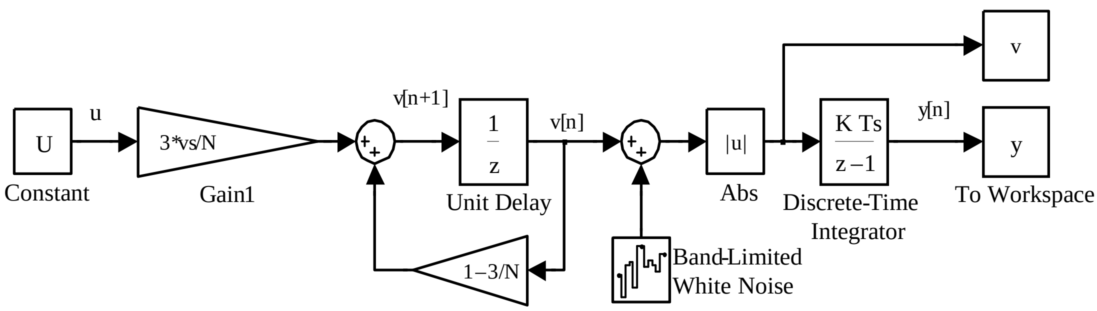

Рис. 2

и примерно равны: ≤ 0.7; $\cong 1.0$ и ≥ 1.2 задание/с [5]. Проецирование этих соотношений на режим обучения дает основание принять, что «сильному» студенту по завершении переходного периода достаточно менее одной условной единицы времени (у. е. вр.); «среднему» – около 1 у. е. вр., а «слабому» – более одной у. е. вр. Соответственно, границы параметра $\tilde{v}_{\text{уст}}$ для «сильных», «средних» и «слабых» студентов располагаются вблизи значений: «более единицы», «около единицы» и «менее единицы» (например, 1.5, 1.0 и 0.5 , число тем/у. е. вр.). Таким образом, можно принять, что параметр модели диагностирования $v_{\text{уст}}$ и параметр обучения $\tilde{v}_{\text{уст}}$, несмотря на различие размерностей, имеют примерно одинаковые численные значения.

Классификация студентов по двум относительно независимым показателям, каждый из которых разбит на три категории, дает 9 классов, что непрактично для организации учебного процесса. Поэтому в [5] предложено рассматривать три основных класса. Пусть наиболее яркие по обоим показателям представители «сильных», «средних» и «слабых» студентов имеют параметры $(\tilde{v}_{\text{уст}} / \tilde{N}_{\text{пер}}) \approx$ (1.5/10); (1.0/20) и (0.5/30).

Связь параметров процесса обучения и индивидуальных показателей студентов. Проблема количественного анализа процессов обучения заключается в отсутствии общепринятых мер: уровня усвоенных учеником знаний, объема и интенсивности дидактических усилий, возмущений среды, а также параметров моделей.

Модель (4) связывает базовый дидактический ресурс U в у. д. е., период обучения N в у. е. вр. и требуемый уровень знаний, достигнутый к концу занятий, с индивидуальными показателями студента и его начальным уровнем знаний y_0 и начальной скоростью усвоения материала v_0. Примем, что уровень знаний y_n, оценивается по числу тем, усвоенных студентом после n-го занятия; $n = 1, 2, \ldots, N$. Пусть «средний» студент за период N оказания базового дидактического ресурса U должен освоить минимальное число тем с удовлетворительной оценкой, т. е. $y_N = N_{\min}$. Можно принять, что при $y_N > N_{\min}$, когда студент усваивает больше тем, ему выставляются более высокие оценки.

Уровень знаний y_N, достигнутый студентом в конце периода обучения, зависит от индивидуальных показателей, а также длительности обучения N и базового ресурса U. Решение системы разностных уравнений (4) при условии $u_n = U$, $y_N = N_{\min}$ и заданных начальных условиях (далее нулевых) дает выражение в левой части уравнения

$$y(N, U, \tilde{v}_{\text{уст}}, \tilde{N}_{\text{пер}}) = N_{\min}, \qquad (5)$$

связывающего индивидуальные показатели студента с параметрами обучения. Таким образом, базовый дидактический ресурс U, длительность обучения N, требования $N_{\min}$, оказываются взаимозависимыми и определяются контингентом учащихся и принятой моделью обучения.

Если в соотношении (5) зафиксировать значения параметров кроме одного, то получится уравнение с одним искомым параметром. Для численного решения нелинейного уравнения (5) удобно воспользоваться компьютерной моделью обучаемого (см. рис. 2).

Здесь возможна постановка нескольких задач [4]: определение базового дидактического ресурса U, ориентированного на «среднего» студента, при заданном периоде обучения N, индивидуальных показателях $\left(\tilde{v}_{\text{уст}}^{\text{ср}}, \tilde{N}_{\text{пер}}^{\text{ср}}\right)$ и требованиях $N_{\min}$; определение длительности обучения N «среднего» студента с показателями при заданном ресурсе U.

Решение первой задачи сводится к поиску решения уравнения (8) с параметрами «среднего» студента (1.0/20). В случае $N_{\min} = N = 36$, т. е. требования усвоения всех тем, решается уравнение: $y(36, \tilde{U}, 1.0, 20) = 36$. Путем многократной имитации модели (см. рис. 2) получен результат: $\tilde{U} \cong 1.23$ у. д. е. На рис. 3 приведены графики роста уровня знаний $y[n]$; $n = 1, \ldots, 36$ для трех категорий студентов с индивидуальными показателями $(\tilde{v}_{\text{уст}} / \tilde{N}_{\text{пер}})$ = (1.5/10); (1.0/20) и (0.5/30) при базовом дидактическом ресурсе $\tilde{U} \cong 1.23$ у. д. е.

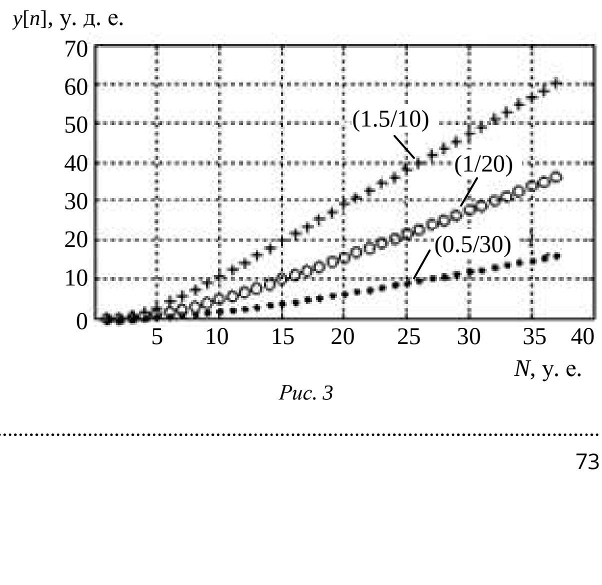

Рис. 3

Относительно сильные студенты теоретически достигают более высоких уровней, что создает возможность уменьшения для них интенсивности занятий, сокращения периода обучения и выставления им высших оценок. «Слабые» при тех же условиях не достигают требуемого уровня знаний; для них необходимы дополнительные занятия.

Оценка параметров непрерывных моделей. В случае простейшего класса оператора (1) непрерывная модель обучаемого представляется обыкновенным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами (κ / τ) [4]. Передаточная функция соответствующего апериодического звена второго порядка равна

$$O(s) = \frac{\kappa}{\tau s + 1} \cdot \frac{1}{s}, \tag{6}$$

где «коэффициент усиления» κ характеризует максимальную установившуюся скорость усвоения материала; «постоянная времени» τ – инертность восприятия информации учеником.

Параметры (κ / τ) модели (6) можно оценить по параметрам дискретной модели в режиме обучения (4) с учетом периода дискретизации T_s реального времени. Пусть время обучения равно T; принимая тот же коэффициент c пропорциональности для переходных процессов, что и ранее, получим значение постоянной времени непрерывной модели:

$$\tau = c\,T / 3. \tag{7}$$

Значение параметра κ (коэффициента усиления), определяющего максимальную скорость усвоения знаний, примем равным

$$\kappa = \tilde{v}_{\text{уст}}. \tag{8}$$

В том случае, когда принята «импульсная» модель дидактических усилий (см. рис. 1), особенно важен учет фактора памяти. Передаточная функция модели с «экспоненциальным» забыванием [4]

$$O(s) = \frac{\kappa}{\tau s + 1} \cdot \frac{\psi}{\psi s + 1} \tag{9}$$

содержит дополнительный параметр ψ. Чем больше значение ψ, тем дольше сохраняются в памяти знания; за время 3ψ уровень знаний снижается до 5 % от начального. Если принять модель (9), то следует каким-то образом дополнительно оценить фактор памяти.

В работах [3], [4] рассматриваются непрерывные модели, параметры которых задаются в «балльной» системе от 1 до 5 у. е.

Пример. Пусть испытуемый показал следующие результаты экспресс-диагностирования: переходный процесс занимает 40 заданий из 100, т. е. $c = 0.4$; установившаяся скорость выполнения заданий $v_{\text{уст}} = 1.5$ заданий/с. В соответствии с (7) и (8) параметры непрерывной модели потенциально «сильного» обучаемого (6) равны: $\tau = 0.4 \cdot 4/3 \cong 0.5$ у. е. вр. κ = 1.5. Если принята модель (9), то дополнительно положим, что $\psi = 40$ у. е. вр.

Пусть планируемый для изучения курс состоит из последовательности N = 4 тем с периодом T_s = = 10 у. е. вр., интенсивность занятия u_n = 1 у. д. е., длительность обучения каждой теме составляет d_n = 2 у. е. вр. (см. модель дидактического воздействия на рис. 1).

Предлагаемые модели позволяют прогнозировать результат обучения. На рис. 4 показан график изменения уровня знаний за время обучения T = 40 у. е. вр. Согласно модели (8) в результате обучения «сильный» студент с нулевым уровнем начальных знаний достигает конечного уровня $y(40) = 7$ у. д. е. (кривая *1*). Поскольку усвоено большее число тем, то студент получит высший балл.

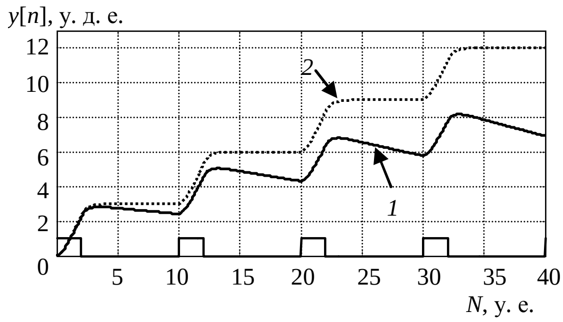

Рис. 4

Отметим, если принять модель (6) без учета фактора забывания, то конечный уровень процесса равен 12 у. д. е. (кривая *2*).

Обработка результатов экспресс-диагностирования по модифицированной методике Струп-М дает оценки индивидуальных показателей обучаемости – параметров дискретной или непрерывной моделей предлагаемой формы, на основе которых можно прогнозировать результаты обучения студентов различных групп подготовленности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Van Geert P. Dynamic Systems Model of Cognitive and Language Growth // Psychological Review, 0033-295X. 1991. Jan. 1. Vol. 98, iss. 1. URL: http://www.paulvangeert.nl/publications_files/psychological%20review%201991.htm.

2. Майер Р. В. Кибернетическая педагогика: имитационное моделирование процесса обучения. Глазов: Изд-во ГГПИ, 2013.

3. Имаев Д. Х., Котова Е. Е. Модели и алгоритмы принятия решений о распределении дидактических ресурсов в среде обучения// Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 8. С. 79–85.

4. Имаев Д. Х., Котова Е. Е. Моделирование и имитация процессов обучения с разделением дидактических ресурсов. Динамический подход. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014.

5. Имаев Д. Х., Котова Е. Е. Дифференциация учащихся по показателям экспресс-диагностирования // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. № 10. С. 71–77.

6. Программный комплекс диагностики когнитивных параметров специалиста (ОнтоМАСТЕР-Диагностика). Свид-во гос. регистрации программы для ЭВМ №2009615001. 2009.

7. MATLAB/Control System Toolbox/Simulink. URL: http://www.mathworks.com/products/matlab.

D. H. Imaev, E. E. Kotova
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

PARAMETER ESTIMATION OF DYNAMIC MODELS OF TRAINEES THROUGH A RAPID DIAGNOSIS

Presents the discrete and continuous models of students whose parameters are estimated through a rapid diagnosis, which characterize individual differences in learning. The proposed model can be predictive of the learning outcomes of students from different groups.

Dynamic models, rapid diagnosis, the accumulation of knowledge, the level of learned knowledge, training duration, intensity didactic efforts, educational planning