

3. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
4. Хайер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / пер. с англ. И. А. Кульчицкой, С. С. Филиппова под ред. С. С. Филиппова. М.: Мир, 1990. 512 с.
5. Слабый хаос и квазирегулярные структуры / Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев, Д. А. Усиков, А. А. Черников. М.: Наука, 1991. 240 с.
6. Егоренков Д. Л., Фрадков А. Л., Харламов В. Ю. Основы математического моделирования с примерами на языке MATLAB / Изд-во БГТУ. СПб., 1996. 192 с.
7. Андриевский Б. Р. Анализ систем в пространстве состояний / ИПМаш РАН. СПб., 1997. 206 с.
8. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 1989. 447 с.
9. Бычков Ю. А., Щербаков С. В. Аналитическо-численный метод расчета динамических систем. 2-е изд., доп. СПб.: Энергоатомиздат. С.-Петербург. отд-ние, 2002. 368 с.
10. Бычков Ю. А., Щербаков С. В. Аналитический и численный расчет детерминированных нелинейных моделей динамических систем с сосредоточенными и распределенными нестационарными параметрами: 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. 388 с.

Yu. A. Bychkov,  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

S. V. Scherbakov  
Committee of Pskov Region on organization of public procurement

## THE ANALYSIS OF THE QUALITY FEATURES OF THE DYNAMICS IN NON-AUTONOMOUS NONLINEAR ELECTRIC CIRCUITS BY USING EIGENVALUES OF THE FUNCTIONAL JACOBI MATRIX

*In the article the algorithm of the research qualitative characteristics and properties of the dynamics of nonlinear nonautonomous electrical circuits with lumped parameters. The algorithm is based on the decomposition of the regular components of the desired solutions of the equations of the dynamics of such circuits on their own numbers of the functional Jacobian matrix and the subsequent allocation of the relationships between the properties of the circuit and information indicative of the results of such decomposition. The procedure for finding the solutions generated using the computational scheme of the analytical and numerical method. Analytical-numerical method belongs to the class of single-step methods, variable order, and its computational procedure consists of two parts. The analytical part is based on the apparatus of generalized functions, generalized Laplace transform and functional power series. The basis of the numerical part of the principle of analytic continuation of the solution and the procedure for selecting the desired step of the calculation and order method.*

**Electric circuit, nonlinear dynamics, numerical method, the step of the calculation, the error in the calculation, the decomposition of the desired solution, the Jacobian matrix, the dynamic properties of the circuit**

УДК 621.313

М. А. Ваганов, И. И. Скобеев, С. А. Селим  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Синхронный реактивный двигатель при учете активного сопротивления обмотки статора

*Рассматривается математическая модель трехфазного синхронного реактивного двигателя с учетом активного сопротивления обмотки статора. Даны выражения для тока обмотки статора, потребляемой активной и электромагнитной мощностей, а также электромагнитного момента двигателя.*

**Синхронный реактивный двигатель, активное сопротивление обмотки статора, составляющие электромагнитного момента, критический угол нагрузки, максимальный электромагнитный момент, электрический КПД статора**

В синхронных реактивных двигателях (СРД), как и в обычных синхронных явнополюсных двигателях с возбуждением [1], активное сопротив-

ление обмотки статора  $r_1$  значительно меньше синхронных индуктивных сопротивлений по продольной  $x_d$  и поперечной  $x_q$  осям. Поэтому в

классической теории электрических машин как падение напряжения на активном сопротивлении  $r_1$ , так и само активное сопротивление  $r_1$  при выводе выражения для электромагнитного момента синхронного реактивного двигателя в большинстве случаев до недавнего времени не учитывалось. Но уже в [1]–[3] при анализе физических процессов принимается во внимание активное сопротивление  $r_1$  и оценивается его влияние на работу синхронного двигателя малой мощности с возбуждением от постоянных магнитов.

В синхронных реактивных двигателях в соответствии с их определением отсутствует возбуждение со стороны ротора, а сам ротор имеет явнополюсную конструкцию, обеспечивающую существование ненулевого электромагнитного момента. Предположим, что такой синхронный реактивный двигатель подключен к сети переменного тока с действующим значением напряжения  $U_c$ . На основании второго закона Кирхгофа составим уравнение напряжения для одной из фаз обмотки статора этого двигателя.

Поскольку в СРД отсутствует возбуждение со стороны ротора, то в обмотке статора собственным магнитным потоком этой обмотки будут индуцироваться две ЭДС самоиндукции, которые в комплексной форме записи определяются выражениями  $\dot{E}_d = -jx_d \dot{I}_d$  по продольной оси и  $\dot{E}_q = -jx_q \dot{I}_q$  по поперечной оси соответственно. В этих выражениях токи  $\dot{I}_d$  и  $\dot{I}_q$  представляют собой продольную и поперечную составляющие вектора фазного тока  $\dot{I}_1$  обмотки статора соответственно, определяемые выражениями  $I_d = I_1 \sin \psi_1$  и  $I_q = I_1 \cos \psi_1$ . При этих условиях уравнение напряжения в комплексной форме записи примет вид  $\dot{U}_c + \dot{E}_d + \dot{E}_q = \dot{I}_1 r_1$  и при учете сделанных обозначений получим  $\dot{U}_c = \dot{I}_1 r_1 + jx_d \dot{I}_d + jx_q \dot{I}_q$ . Для удобства построения и большей наглядности векторной диаграммы СРД введем дополнительное обозначение  $\dot{U}_1 = -\dot{U}_c$ , где  $\dot{U}_1$  представляет собой вектор напряжения на зажимах обмотки статора, и тогда получим

$$0 = \dot{U}_1 + \dot{I}_1 r_1 + j\dot{I}_d x_d + j\dot{I}_q x_q. \quad (1)$$

На основании выражения (1) построена векторная диаграмма СРД, которая представлена на рис. 1.

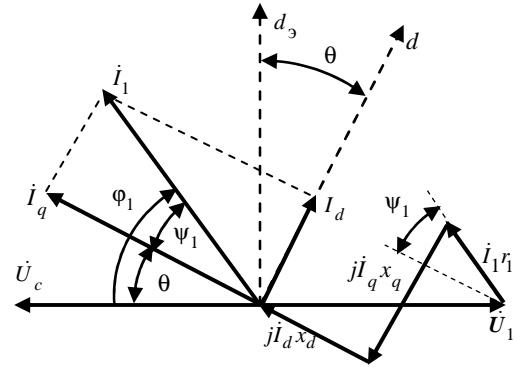


Рис. 1

На векторной диаграмме приняты следующие обозначения:  $d_3$  – продольная ось эквивалентного генератора сети;  $d, q$  – продольная и поперечная оси СРД;  $\phi_1$  – фаза вектора тока  $\dot{I}_1$  относительно вектора напряжения сети  $\dot{U}_c$ ;  $\theta$  – угол нагрузки двигателя;  $\psi_1$  – фаза вектора тока  $\dot{I}_1$  относительно поперечной оси  $q$ , по которой действовала бы ЭДС возбуждения в синхронном двигателе при наличии возбуждения

Используя векторную диаграмму, запишем (1) в проекциях на оси  $d$  и  $q$  ротора двигателя соответственно:

$$\left. \begin{aligned} U_1 \sin \theta &= -I_q x_q + I_1 r_1 \sin \psi_1, \\ U_1 \cos \theta &= I_d x_d + I_1 r_1 \cos \psi_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

С учетом выражений для токов  $I_d$  и  $I_q$  система (2) примет вид

$$\left. \begin{aligned} U_1 \sin \theta &= I_d r_1 - I_q x_q, \\ U_1 \cos \theta &= I_d x_d + I_q r_1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для удобства дальнейшего анализа и возможности получения достаточно общего результата безотносительно к мощности СРД разделим левые и правые части выражений системы (3) на активное сопротивление обмотки статора  $r_1$  и, введя обозначения  $x_d/r_1 = x_{d*}$  и  $x_q/r_1 = x_{q*}$ , где величины  $x_{d*}, x_{q*}$  представляют собой относительные значения синхронных индуктивных сопротивлений обмотки статора по продольной и поперечной осям СРД соответственно, получим

$$\left. \begin{aligned} U_1/r_1 \sin \theta &= I_d - I_q x_{q*}, \\ U_1/r_1 \cos \theta &= I_d x_{d*} + I_q. \end{aligned} \right\}$$

Решение данной системы алгебраических уравнений относительно токов  $I_d$  и  $I_q$  будет иметь вид

$$I_d = \frac{U_1 x_{q*} \cos \theta - \sin \theta}{r_1 (1 + x_{d*} x_{q*})}, \quad I_q = \frac{U_1 \cos \theta + x_{d*} \sin \theta}{r_1 (1 + x_{d*} x_{q*})}.$$

С учетом полученных выражений действующее значение фазного тока обмотки статора СРД будет определяться следующим выражением:

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1} F_{I\theta}, \quad (4)$$

$$F_{I\theta} = \left\{ \left[ \left( 2 + x_{d*}^2 + x_{q*}^2 \right) + 2(x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta + \left( x_{d*}^2 - x_{q*}^2 \right) \cos 2\theta \right] / 2(1 + x_{d*} x_{q*})^2 \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

где  $F_{I\theta}$  представляет собой функцию тока обмотки статора, определяющую зависимость этого тока от угла нагрузки  $\theta$  и относительных значений индуктивных сопротивлений обмотки статора СРД по продольной и поперечной осям  $x_{d*}$  и  $x_{q*}$ .

Для расчета мощностей синхронного реактивного двигателя воспользуемся его энергетической диаграммой, представленной на рис. 2. Активная мощность, потребляемая двигателем из сети, в общем случае  $m_1$  – фазной обмотки статора определяется выражением  $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1$ , которое при учете векторной диаграммы на рис. 1 можно также записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_1 &= m_1 U_1 I_1 \cos (\psi_1 + \theta) = \\ &= m_1 U_1 I_1 (\cos \psi_1 \cos \theta - \sin \psi_1 \sin \theta) = \\ &= m_1 U_1 (I_q \cos \theta - I_d \sin \theta). \end{aligned}$$

Подставив сюда выражения для токов  $I_d$  и  $I_q$ , после необходимых преобразований получим

$$P_1 = m_1 \frac{U_1^2}{r_1} \frac{2 + (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})} = k_P F_{P\theta}, \quad (6)$$

$$k_P = m_1 \frac{U_1^2}{r_1}, \quad F_{P\theta} = \frac{2 + (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})}, \quad (7)$$

где  $k_P$  – коэффициент пропорциональности по мощности;  $F_{P\theta}$  – функция потребляемой активной мощности СРД, характеризующая ее зависимость от угла нагрузки  $\theta$  и относительных индуктивных сопротивлений обмотки статора двигателя.

Запишем (6) в следующем виде:

$$P_1 = P_{10} + P_{1\theta},$$

где

$$\begin{aligned} P_{10} &= k_P \frac{1}{1 + x_{d*} x_{q*}}, \\ P_{1\theta} &= k_P \frac{(x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})} = k_P P_{1\theta m} \sin 2\theta, \\ P_{1\theta m} &= k_P \frac{(x_{d*} - x_{q*})}{2(1 + x_{d*} x_{q*})}. \end{aligned}$$

Величина  $P_{1\theta m}$  представляет собой амплитуду переменной составляющей потребляемой активной мощности СРД.

Полученные выражения показывают, что активная мощность  $P_1$ , потребляемая СРД из сети при работе под нагрузкой, имеет две составляющие, первая из которых ( $P_{10}$ ) не зависит от значения угла нагрузки  $\theta$  и может быть названа мощностью холостого хода СРД, в то время как вторая составляющая  $P_{1\theta}$  этой мощности пропорциональна синусу двойного угла нагрузки  $\theta$ , т. е. представляет собой функцию данного угла. При этом можно предположить, что мощность  $P_{10}$  в соответствии с энергетической диаграммой (рис. 2) будет компенсировать магнитные потери в стали статора  $P_{c1}$  и полные механические потери  $\Sigma P_{мех}$  в СРД (потери на трение в подшипниках, на трение ротора о воздух, вентиляционные потери), так как при холостом ходе двигателя механическая мощность на валу  $P_2 = 0$  и формально также  $\theta = 0$ . Составляющая мощности  $P_{10}$  может рассматриваться как постоянная составляющая активной мощности СРД, потребляемой им из сети при работе под нагрузкой.

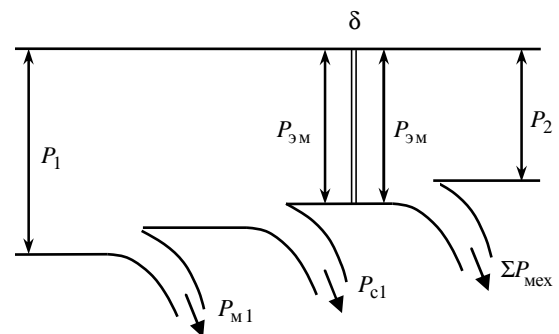


Рис. 2

Графики составляющих функции потребляемой мощности  $F_{P\theta}$  изображены на рис. 3–5 для  $x_{d*} = 3, 10$  и  $100$  соответственно, где кривая 1 –

постоянная составляющая  $P_{10}$ , а кривая 2 – переменная составляющая  $P_{1\theta}$ . Из рисунков видно, что с увеличением  $x_{d*}$  меняется соотношение постоянной и переменной составляющих потребляемой активной мощности и при больших значениях  $x_{d*}$  постоянная составляющая  $P_{10}$  незначительна по сравнению с переменной составляющей  $P_{1\theta}$ . Из сделанного предположения, что постоянная составляющая потребляемой мощности компенсирует потери в СРД, следует, что при увеличении индуктивного сопротивления  $x_{d*}$  уменьшается доля потерь двигателя от результирующей потребляемой мощности.

Для оценки значения мощности  $P_{10}$  составим отношение этой мощности к амплитуде  $P_{1\theta m}$  переменной составляющей  $P_{1\theta}$ , которое обозначим как  $P_{10*} = P_{10}/P_{1\theta m}$ , и, подставив сюда соответствующие выражения, получим  $P_{10*} = 2/(x_{d*} - x_{q*})$ . Введем дополнительное обозначение  $\beta = x_{q*}/x_{d*}$ , и тогда для  $P_{10*}$  получим выражение  $P_{10*} = 2/x_{d*}(1 - \beta)$ . Отсюда следует, что постоянная составляющая активной мощности, потребляемой СРД из сети, или мощность его холостого хода, обратно пропорциональна синхронному индуктивному сопротивлению по продольной оси, т. е. снижается с увеличением мощности СРД. Мощность  $P_{10*}$  зависит также от сопротивления  $x_{q*}$ , уменьшаясь с возрастанием этого сопротивления, поскольку выравнивание сопротивлений  $x_{q*}$  и  $x_{d*}$  сопровождается повышением синхронного индуктивного сопротивления синхронной машины.

Электрические потери в обмотке статора  $P_{M1}$  синхронного реактивного двигателя при работе его под нагрузкой определяются выражением  $P_{M1} = m_1 I_1^2 \eta$  или с учетом выражения (4)

$$P_{M1} = k_P F_{I\theta}^2. \quad (8)$$

Электромагнитная мощность СРД  $P_{ЭМ}$ , которая передается вращающимся магнитным полем через воздушный зазор от обмотки статора к ротору, в соответствии с энергетической диаграммой может быть определена как разность потребляемой из сети активной мощности  $P_1$  и электрических потерь в обмотке статора  $P_{M1}$  без учета магнитных потерь в стали статора  $P_{c1}$ , т. е.  $P_{ЭМ} = P_1 - P_{M1}$ .

Принимая во внимание выражения (6) и (8), получим  $P_{ЭМ} = k_P F_{P\theta} - k_P F_{I\theta}^2 = k_P (F_{P\theta} - F_{I\theta}^2) = k_P F_{M\theta}$ . В этом выражении обозначение  $F_{M\theta} = F_{P\theta} - F_{I\theta}^2$  представляет собой функцию электромагнитной мощности  $P_{ЭМ}$  и одновременно функцию электромагнитного момента  $M_{ЭМ}$ , так как  $M_{ЭМ} = P_{ЭМ}/\omega_1 = (k_P/\omega_1) F_{M\theta}$ .

Преобразовав выражение для обозначения  $F_{M\theta}$  с учетом (5) и (7), получим

$$F_{M\theta} = F_{P\theta} - F_{I\theta}^2 = \frac{x_{d*} - x_{q*}}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} \left[ (x_{q*} - x_{d*}) + (x_{d*}x_{q*} - 1)\sin 2\theta + (x_{d*} + x_{q*})\cos 2\theta \right]. \quad (9)$$

Выражение (9) характеризует функцию электромагнитного момента, т. е. зависимость электромагнитного момента СРД от угла нагрузки  $\theta$  и

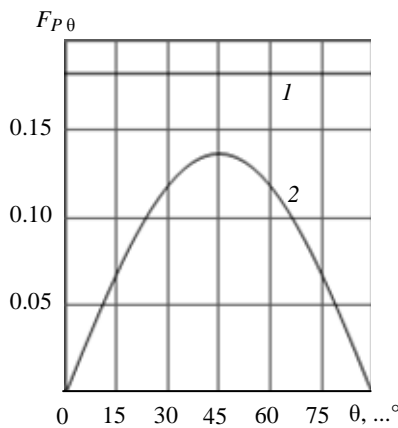


Рис. 3

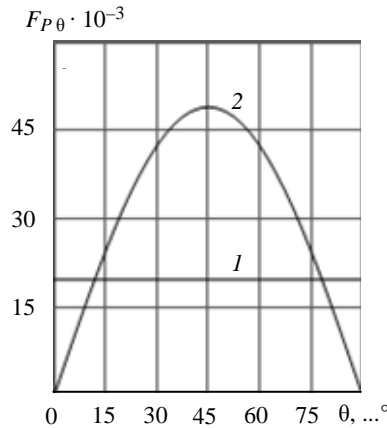


Рис. 4

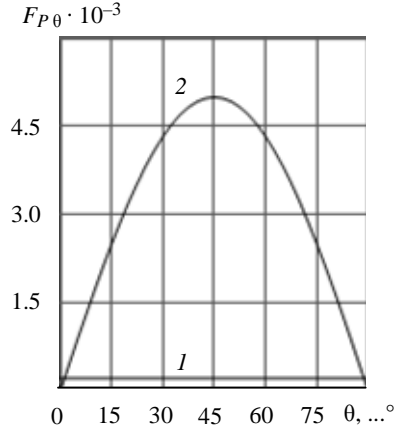


Рис. 5

относительных индуктивных сопротивлений его обмотки статора  $x_{d*}$  и  $x_{q*}$ . Как следует из (8), функция  $F_{M\theta}$  электромагнитного момента СРД имеет две составляющих: постоянную  $\bar{F}_{M\theta}$ , не зависящую от угла нагрузки  $\theta$ , и переменную  $\tilde{F}_{M\theta}$ , зависящую от этого угла.

Постоянная составляющая функции  $F_{M\theta}$  электромагнитного момента определяется выражением

$$\bar{F}_{M\theta} = -\frac{(x_{d*} - x_{q*})^2}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2}, \quad (10)$$

из которого следует, что она всегда отрицательна. Это значит, что в СРД всегда существует постоянная отрицательная составляющая электромагнитного момента – тормозная и обусловленная активным сопротивлением обмотки статора  $r_1$ . В информационных материалах по СРД, в которых не учитывается активное сопротивление обмотки статора, выражение для электромагнитного момента, соответственно, не содержит отрицательной составляющей и поэтому в расчете возникают трудно объяснимые несоответствия.

Имея в виду обозначение  $\beta = x_{q*}/x_{d*} < 1$ , преобразуем выражение (9):

$$\bar{F}_{M\theta} = -(1 - \beta)^2 x_{d*}^2 / (1 + \beta x_{d*}^2)^2.$$

При  $x_{d*} > 3$  без особой погрешности можно принять, что  $\bar{F}_{M\theta} = k(1 - \beta)^2 / x_{d*}^2$ , и тогда можно утверждать, что увеличение параметра  $x_{d*}$ , т. е. возрастание мощности СРД, сопровождается быстрым затуханием тормозной составляющей его электромагнитного момента.

Переменная составляющая  $\tilde{F}_{M\theta}$  функции  $F_{M\theta}$  электромагнитного момента СРД, в свою очередь, имеет две составляющих, зависящих от угла нагрузки  $\theta$ . Первая из этих составляющих пропорциональна  $\sin 2\theta$ , как и в классической теории синхронных двигателей [4], только с другим числовым коэффициентом. Вторая составляющая пропорциональна  $\cos 2\theta$  и до настоящего времени не учитывалась. Таким образом, имеем  $\tilde{F}_{M\theta} = \tilde{F}_{M\theta 1} + \tilde{F}_{M\theta 2}$ , и указанные составляющие определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{M\theta 1} &= \frac{(x_{d*} - x_{q*})(x_{d*}x_{q*} - 1)}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} \sin 2\theta = \\ &= \tilde{F}_{M\theta 1m} \sin 2\theta, \\ \tilde{F}_{M\theta 2} &= \frac{x_{d*}^2 - x_{q*}^2}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} \cos 2\theta = \\ &= \tilde{F}_{M\theta 2m} \cos 2\theta. \end{aligned}$$

Величины  $\tilde{F}_{M\theta 1m}$  и  $\tilde{F}_{M\theta 2m}$  имеют физический смысл амплитуд синусной и косинусной составляющих функции электромагнитного момента СРД, т. е.  $\tilde{F}_{M\theta} = \tilde{F}_{M\theta 1m} \sin 2\theta + \tilde{F}_{M\theta 2m} \cos 2\theta$ .

На рис. 6–8 представлены зависимости  $\bar{F}_{M\theta}$ ,  $\tilde{F}_{M\theta 1}$ ,  $\tilde{F}_{M\theta 2}$  и  $F_{M\theta} = f(\theta)$  (кривые 1–4 соответственно) при  $x_{d*} = 3, 10$  и  $100$  (рис. 6–8 соответственно) и при фиксированном значении  $\beta = 0.5$ .

Из сравнения рисунков прежде всего видно, что увеличение  $x_{d*}$  сопровождается уменьшением значений рассматриваемых функций, и при этом изменяется соотношение между амплитудами самих функций  $\bar{F}_{M\theta}$ ,  $\tilde{F}_{M\theta 1m}$ ,  $\tilde{F}_{M\theta 2m}$  и, в

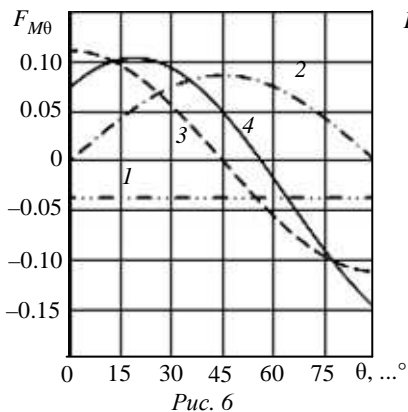


Рис. 6

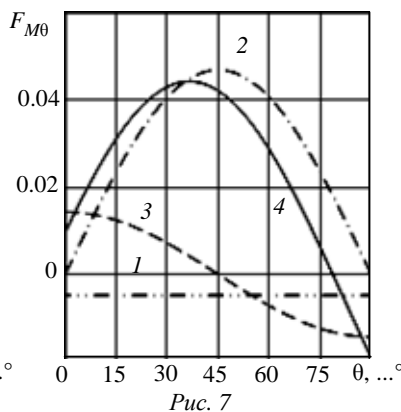


Рис. 7

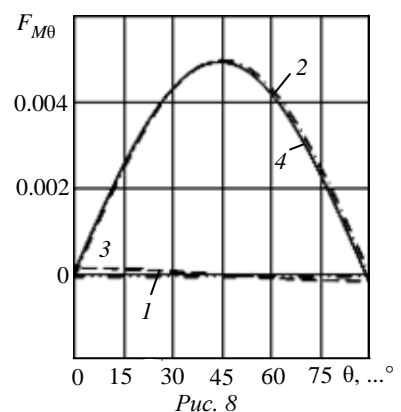


Рис. 8

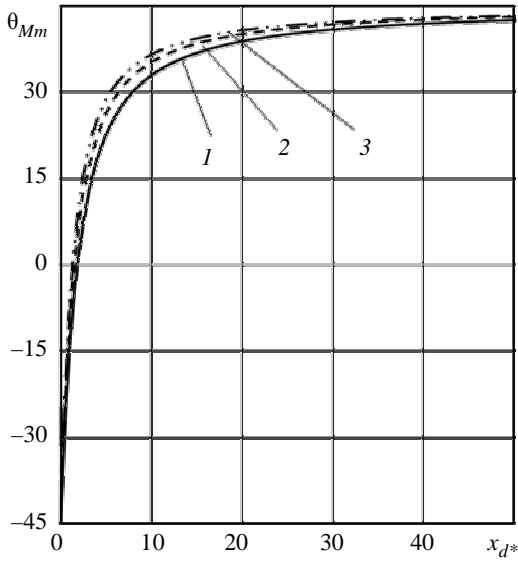


Рис. 9

частности, при возрастании  $x_{d*}$  значения  $\bar{F}_{M\theta}$  и  $\tilde{F}_{M\theta 2m}$  уменьшаются относительно  $\tilde{F}_{M\theta 1m}$  и синусная составляющая 2 сближается с результирующей кривой 4.

Функция  $F_{M\theta} = f(\theta)$  (кривые 4 на рис. 4–8) имеет максимальное значение  $F_{M\theta m}$  при значении угла нагрузки  $\theta = \theta_{Mm}$ . Значение угла  $\theta_{Mm}$  определяется выражением

$$\theta_{Mm} = 0.5 \operatorname{arctg} \frac{x_{d*} x_{q*} - 1}{x_{d*} + x_{q*}}. \quad (11)$$

Зависимость, определяемая выражением (10) для  $\beta = 0.3; 0.4$  и  $0.5$  (кривые 1–3 соответственно), изображена на рис. 9. Видно, что угол меняется в пределах от  $-45$  до  $45^\circ$  и равен нулю при некоторых значениях  $x_{d*}$  и  $x_{q*}$ .

Выражение для максимального значения (амплитуды) функции электромагнитного момента будет иметь вид

$$F_{M\theta m} = \left[ (x_{q*} - x_{d*}) + \frac{(x_{d*} x_{q*} - 1)^2}{\sqrt{(x_{d*} + x_{q*})^2 + (x_{d*} + x_{q*})(x_{d*} x_{q*} - 1)}} + \frac{(x_{d*} + x_{q*})^{3/2}}{\sqrt{x_{d*} + x_{q*} + x_{d*} x_{q*} - 1}} \right] \times \frac{(x_{d*} - x_{q*})}{2(1 + x_{d*} x_{q*})}. \quad (12)$$

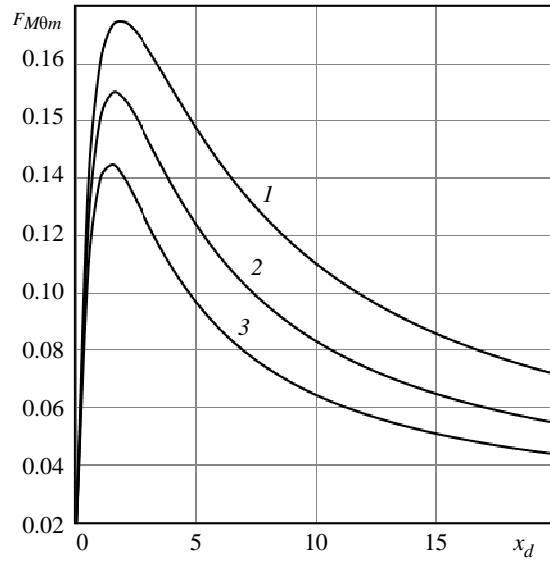


Рис. 10

Используя выражение (11), можно построить зависимость  $F_{M\theta m} = f(x_{d*})$  при критическом значении угла нагрузки  $\theta_{Mm}$  и  $x_{q*} = \beta x_{d*}$ . Эта зависимость представлена на рис. 10, где кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям  $\beta = 0.3; 0.4$  и  $0.5$ .

Из рис. 10 видно, что функция амплитудных значений  $F_{M\theta m}$  имеет максимум при  $x_{d*} x_{q*} = 1$ , когда синусная составляющая результирующей функции электромагнитного момента  $\tilde{F}_{M\theta 1}$  равна нулю, и с увеличением числа  $\beta$  этот максимум снижается.

Введем обозначения  $\bar{F}_{M\theta*} = \bar{F}_{M\theta} / F_{M\theta m}$ ,  $\tilde{F}_{M\theta 1m*} = \tilde{F}_{M\theta 1m} / F_{M\theta m}$  и  $\tilde{F}_{M\theta 2m*} = \tilde{F}_{M\theta 2m} / F_{M\theta m}$ . Эти величины позволяют оценить влияние постоянной  $\bar{F}_{M\theta m}$ , синусной  $\tilde{F}_{M\theta 1m}$  и косинусной  $\tilde{F}_{M\theta 2m}$  составляющих функции электромагнитного момента на результирующий электромагнитный момент СРД. На рис. 11 и 12 соответственно представлены зависимости  $\bar{F}_{M\theta m*}, \tilde{F}_{M\theta 2m*} = f(x_{d*})$ , при  $\beta = 0.4; 0.5$  и  $0.6$  (кривые 1, 2 и 3).

Из графиков на рис. 11–12 видно, что начиная с  $x_{d*} = 15$  постоянная и косинусная составляющие функции  $F_{M\theta}$  не превосходят 30% от результирующей функции. На рис. 13 изображена зависимость  $\tilde{F}_{M\theta 1m*} = f(x_{d*})$  при  $\beta = 0.4, 0.5$  и  $0.6$  (кривые 1, 2 и 3 соответственно). Как видно

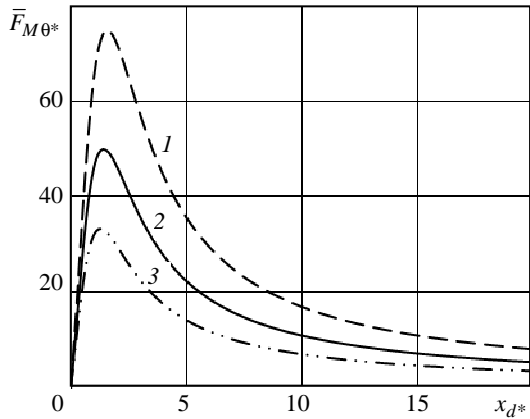


Рис. 11

из графика, при  $x_{d^*}x_{q^*} = 1$  доля синусной составляющей  $\tilde{F}_{M\theta 1}$  от результирующей функции момента равна нулю, а начиная с  $x_{d^*} = 5$  эта доля превышает 100 % и становится определяющей. Это значит, что с увеличением мощности СРД его угловая характеристика  $M_{эм} = f(\theta)$  достаточно быстро приближается к классической [4], тем самым подтверждая справедливость математической модели СРД, учитывающей активное сопротивление  $\eta$  обмотки статора данного двигателя.

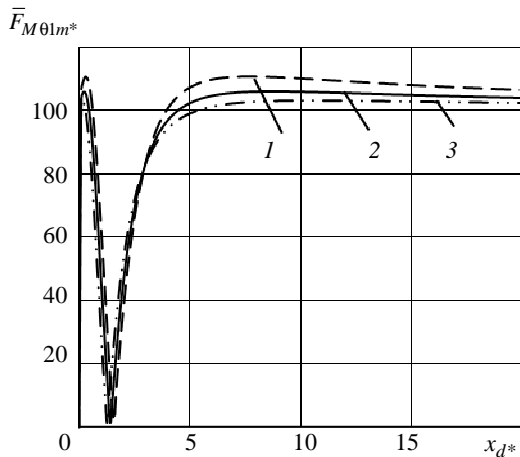


Рис. 13

Электрический КПД статора СРД можно представить как отношение функций электромагнитного момента и потребляемой из сети мощности. Выражение будет иметь вид

$$\eta = \frac{F_{M\theta}}{F_{P\theta}} = (x_{d^*} - x_{q^*}) \left[ (x_{q^*} - x_{d^*}) + (x_{d^*}x_{q^*} - 1) \sin 2\theta + (x_{d^*} + x_{q^*}) \cos 2\theta \right] / (1 + x_{d^*}x_{q^*}) \times \left[ 2 + (x_{d^*} - x_{q^*}) \sin 2\theta \right]. \quad (13)$$

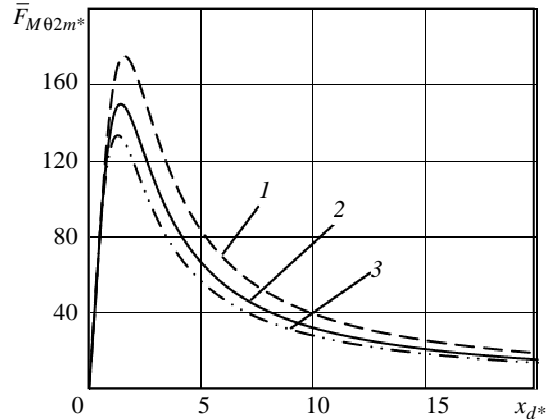


Рис. 12

По выражению (13) построена зависимость  $\eta = f(\theta)$ , представленная на рис. 14, где кривые 1–4 соответствуют значениям  $x_{d^*} = 3, 10, 30$  и  $100$ ;  $\beta = 0.5$ . Из рисунка видно, что максимальные значения кривых КПД с увеличением индуктивного сопротивления  $x_{d^*}$  возрастают и смещаются в сторону больших углов нагрузки.

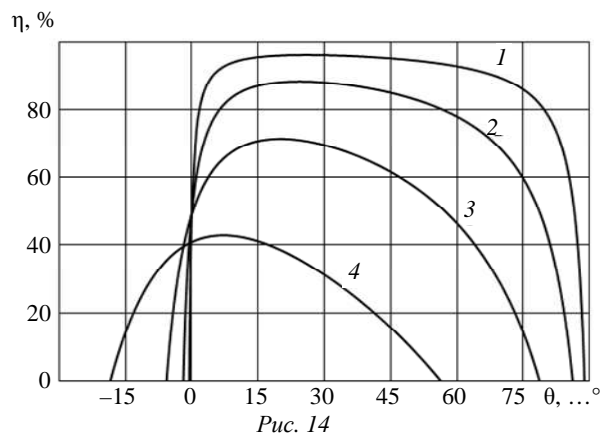


Рис. 14

Увеличение индуктивного сопротивления СРД соответствует увеличению его мощности. Следовательно, чем больше мощность СРД, тем выше его КПД.

Из рис. 6–8 видно что существует угол  $\theta_{M0}$ , при котором функция момента  $F_{M\theta}$  имеет нулевое значение. Этот угол расположен на отрицательной полуоси абсцисс. Из выражения (13) следует, что КПД статора прямо пропорционален функции электромагнитного момента  $F_{M\theta}$ , и, значит, КПД будет равен нулю при значении угла нагрузки  $\theta = \theta_{M0}$ .

Зависимость  $\theta_{M0} = f(x_{d^*})$  представлена на рис. 15, для значения  $\beta = 0.5$ . При  $x_{d^*} = 0$  электромагнитный момент СРД отсутствует, угол

$\theta_{M0}$  не существует. При значениях относительного индуктивного сопротивления по продольной оси  $x_{d*} > 60$  угол  $\theta_{M0}$  приближается к нулю, что объясняется уменьшением влияния постоянной составляющей функции электромагнитного момента  $\bar{F}_{M\theta}$  на результирующий электромагнитный момент СРД.

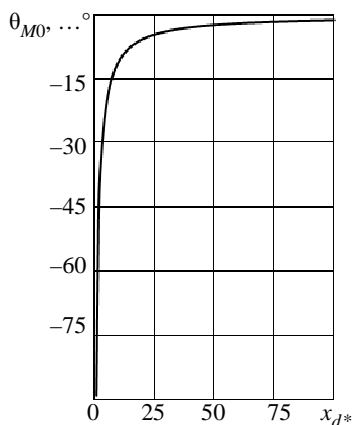


Рис. 15

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. При учете активного сопротивления обмотки статора СРД оказывается, что потребляемая двигателем из сети мощность имеет постоянную и переменную составляющие в отличие от классической теории, в которой не учитывается активное сопротивление обмотки статора.

2. В отличие от классической теории электромагнитный момент СРД имеет кроме общеизвестной синусной составляющей двойного угла нагрузки дополнительные постоянную (не зависящую от угла нагрузки) и косинусную составляющие двойного угла нагрузки.

3. Постоянная составляющая электромагнитного момента, связанная с активным сопротивлением обмотки статора, оказывается отрицательной, обуславливая тормозной характер этой составляющей момента СРД. Амплитуда этой составляющей быстро снижается с увеличением  $x_{d*}$  (т. е. с возрастанием мощности СРД) и, следовательно, должна учитываться при малых мощностях СРД.

4. При значениях индуктивного сопротивления обмотки статора  $x_{d*} < 30$  постоянная и косинусная составляющие электромагнитного момента СРД соизмеримы с основной синусной составляющей, т. е. оказывают значительное влияние на результирующий момент и их учет будет иметь своим следствием трудно объяснимую погрешность в расчете рабочих характеристик СРД.

5. Учет активного сопротивления обмотки статора позволяет ввести в рассмотрение электрический КПД статора СРД относительно угла нагрузки при значениях угла нагрузки  $\theta = 5 \dots 25^\circ$  (большие значения соответствуют двигателям большей мощности). При этом КПД двигателя с увеличением его мощности возрастает.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ваганов М. А., Моисеева Ю. М., Пименова И. А. Синхронный неявнополюсный двигатель при учете активного сопротивления обмотки статора // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2014. № 3. С. 59–64.  
 2. Юферов Ф. М. Электрические машины автоматических устройств. М.: Высш. шк., 1988. 115 с.

3. Осин И. Л., Юферов Ф. М. Электрические машины. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 234 с.  
 4. Вольдек А. И., Попов В. В. Электрические машины. Л.: Энергия, 2006. 724 с.

M. A. Vaganov, I. I. Skobeev, S. A. Selim  
 Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## RELUCTANCE MOTOR TAKING INTO ACCOUNT THE ACTIVE RESISTANCE OF THE STATOR WINDING

*A mathematical model of the three-phase reluctance motor at the registration of the active stator winding resistance. Given the expression for the current of the stator winding, consumed active and electromagnetic power and electromagnetic torque of the motor.*

**Reluctance motor, the resistance of the stator winding constituting the electromagnetic torque, the critical angle of the load, the maximum electromagnetic torque, the electrical efficiency of the stator**