



УДК 621.396.677

С. В. Балландович

Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Применение конечно-бесконечной модели для анализа печатных отражательных антенных решеток

Представлен математический аппарат, позволяющий рассчитывать характеристики печатных отражательных антенных решеток с помощью конечно-бесконечных структур. Приводятся расчетные данные, полученные на основе изложенного математического аппарата.

**Печатные отражательные антенные решетки, конечно-бесконечные структуры,
спектральная область, диаграмма рассеяния, метод моментов**

Особенностью печатных отражательных антенных решеток (ПОАР), напоминающих по своей архитектуре и принципу действия классические зеркальные антенны (ЗА), является наличие плоского раскрыва, выполненного по печатной технологии. Активное исследование и развитие ПОАР с середины 1990-х гг. [1] позволило заменить традиционные ЗА в ряде приложений, таких как телекоммуникационные [2]–[4] и спутниковые [5] системы. Несмотря на значительный срок, прошедший с момента появления интереса к данной тематике, до сих пор не решена в полной мере проблема эффективного расчета основных характеристик. Простейший способ анализа ПОАР основан на использовании теоремы перемножения диаграмм направленности, однако он может приводить к серьезным погрешностям в силу допущений, лежащих в его основе (отсутствие учета взаимного влияния, предположение об одинаковом характере ДН одиночных элементов). Альтернативой является весьма затратный полноволновой электродинамический анализ, для которого необходимы большие вычислительные ресурсы (на современных ПК относительно легко рассчитываются ПОАР со стороной раскрыва до 20λ).

Существенно сократить время анализа для антенн с большим раскрывом можно, если перейти к конечно-бесконечной модели печатных отражательных антенных решеток. Вдоль одной из

координат такая модель содержит конечное число печатных элементов (ПЭ), а вдоль другой – бесконечное. Такой метод можно рассматривать как промежуточный между расчетом по теореме перемножения диаграмм направленности и полноволновым электродинамическим анализом. Несмотря на то что данный метод используется при моделировании свойств АР с внутренним питанием уже нескольких десятков лет ([6], [7]), для расчета печатных ОАР он практически не применяется. Хотя в отдельных работах [8] производятся попытки моделирования свойств ПОАР с помощью конечно-бесконечных структур, математический аппарат до сих пор не систематизирован.

Математическая модель. В общем виде геометрия моделируемой структуры для случаев облучения плоской волной и источником со сферическим фронтом показана на рис. 1, *а* и *б* соответственно. Вдоль оси $0y$ раскрыв содержит бесконечное число элементов, в то время как вдоль оси $0x$ находится N печатных элементов. Направление падения плоской волны задается вектором волновых чисел \mathbf{k}_{inc} либо в частном случае (вектор \mathbf{k}_{inc} в плоскости $x0z$ или $x0y$) просто углом θ_{inc} (рис. 1, *а*). Местоположение источника сферической волны задается параметром F/D , где F – фокусное расстояние; D – размер раскрыва вдоль оси $0x$ (рис. 1, *б*). Рефлектор ПОАР состоит из печатных излучателей (ПИ), расположенных над

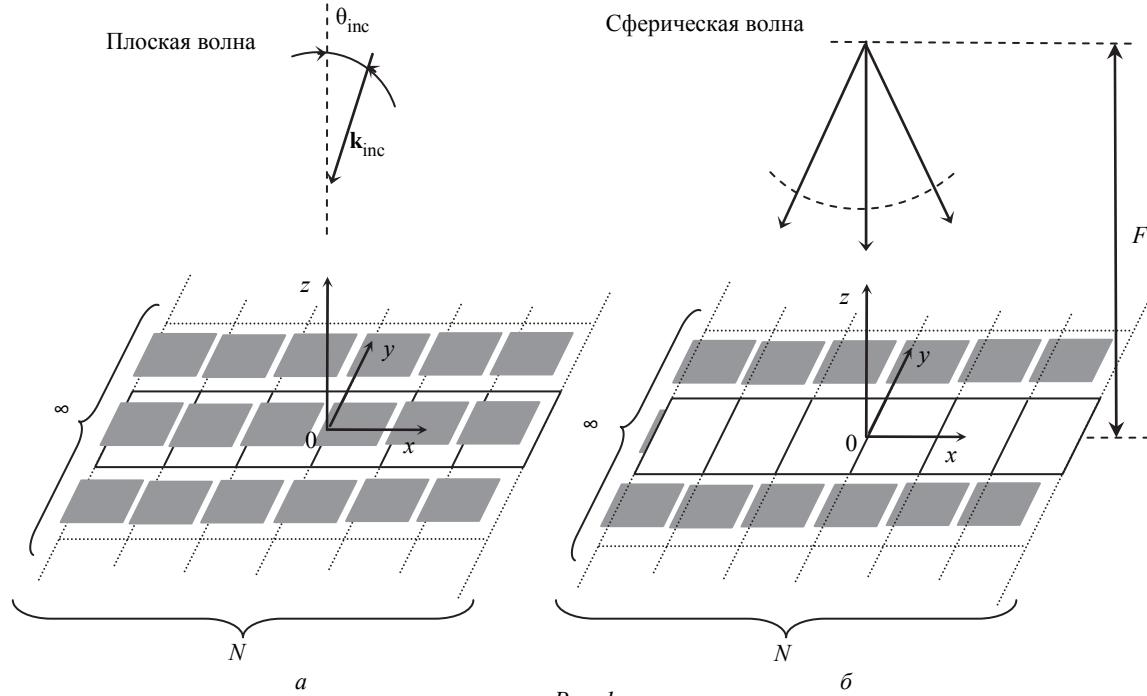


Рис. 1

экраном с диэлектриком, а значит, рассеянное поле каждого элемента можно записать в виде следующей суммы:

$$\mathbf{E}_{S_i} + \mathbf{E}_{Gr_i}, \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_{S_i} = \int_{x'} \int_{y'} \mathbf{G}(r, r') \mathbf{J}_i(x', y') dx' dy',$$

где \mathbf{E}_{S_i} – поле рассеянное печатными излучателями, \mathbf{E}_{Gr_i} – поле, рассеянное от экрана с диэлектриком, индекс « i » обозначает порядковый номер элемента; $\mathbf{G}(r, r')$ – функция Грина; $\mathbf{J}_i(x', y')$ – плотность поверхностного тока. Печатные ОАР обладают достаточно низким уровнем кроссполяризационных составляющих, поэтому можно рассматривать только основную поляризацию и, таким образом, от векторной записи (1) перейти к скалярным величинам. Расчеты по формуле (1) удобно производить в спектральной области [1], [9], тогда компоненты для основной поляризации (в данном случае вдоль оси $0x$), входящие в (1), в области дальней зоны примут следующий вид:

$$E_{S_i} = \frac{Z_0}{2\pi} \frac{e^{-jk_0 \cdot r}}{r} \tilde{Q}_{S_{xx}}(k_x, k_y) I_i \tilde{J}_i(k_x, k_y) \cos \theta \sim \tilde{Q}_{S_{xx}}(k_x, k_y) I_i \tilde{J}_i(k_x, k_y) \cos \theta, \quad (2)$$

где $k_x = k_0 \sin \theta \cos \varphi$, $k_y = k_0 \sin \theta \sin \varphi$, $Z_0 = 120\pi$ Ом, функция

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{S_{xx}} &= \\ &= \frac{jk_1(k_0^2 - k_x^2) \sin(k_1 d) + k_2(\epsilon' k_0^2 - k_x^2) \cos(k_1 d)}{\text{TE TM}} \times \\ &\quad \times \sin(k_1 d) \end{aligned}$$

с точностью до постоянного множителя совпадает с Фурье-образом функции Грина для источника электрического тока над экраном без диэлектрика (наиболее простой случай с математической точки зрения).

Продольное волновое число в диэлектрике определяется как

$$k_1 = -j \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2 \epsilon'},$$

в свободном пространстве оно определяется как

$$k_2 = -j \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2};$$

$$\text{TM} = jk_1 \sin(k_1 d) + k_2 \epsilon' \cos(k_1 d),$$

$$\text{TE} = jk_2 \sin(k_1 d) + k_1 \cos(k_1 d).$$

Аналогично можно переписать и второе слагаемое в (1):

$$E_{Gr_i} \sim \tilde{Q}_{Gr_{xx}}(k_x, k_y) I_{Gr_i} \tilde{J}_{Gr_i}(k_x, k_y) \cos \theta, \quad (3)$$

где $\tilde{Q}_{Gr_{xx}} = j \frac{k_x^2 - k_0^2}{2k_2}$ с точностью до постоянного множителя совпадает с Фурье-образом функции Грина для источника электрического тока в свободном пространстве.

Тогда рассеянное рефлектором поле можно записать как суперпозицию полей каждого печатного элемента:

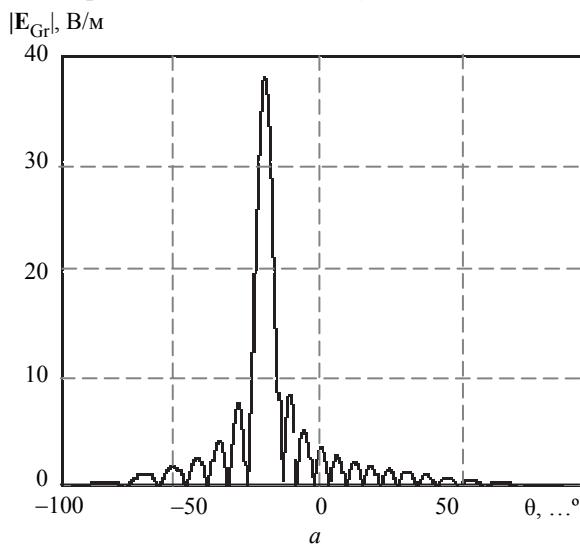
$$E_{\Sigma} = \sum_i \left(E_{S_i} e^{jk_0 x_i \sin \theta} \right) + \sum_{i'} \left(E_{Gr_{i'}} e^{jk_0 x_{i'} \sin \theta} \right). \quad (4)$$

Для расчета по формулам (2)–(4) необходимо найти неизвестные амплитуды при функциях плотности поверхностного тока в (2). Для этого в спектральной области составляется интегральное уравнение, которое с помощью процедуры Галеркина сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида $\mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{V}$ [5]. В отличие от [9] и [10], где используется приближение локальной периодичности (ячейки Флока), в данном случае элементы Z_{ij} ищутся как дискретная сумма и интеграл, а не как двойная дискретная сумма, что обусловлено переходом к конечной структуре вдоль одной из координат:

$$Z_{ij} = \frac{jZ_0}{2\pi b k_0} \sum_n \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_i^*(k_x, k_{yn}) \tilde{Q}_{S_{xx}}(k_x, k_{yn}) \times \right. \\ \left. \times \tilde{J}_j(k_x, k_{yn}) e^{jk_x(x_i - x_j)} dk_x \right\}, \quad (5)$$

$$Z_{ij} = \frac{jZ_0}{2\pi b k_0} \sum_n \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_i^*(k_x, k_{yn}) \tilde{Q}_{S_{xx}}(k_x, k_{yn}) \times \right. \\ \left. \times \tilde{J}_j(k_x, k_{yn}) e^{jk_x(x_i - x_j)} e^{-jk_2(d_i - d_j)} dk_x \right\}, \quad (6)$$

где $\tilde{J}_{<\dots>}(k_x, k_{yn})$ – Фурье-образ функции плотности поверхностного тока, $k_{yn} = 2\pi n/b$ – дискретные пространственные частоты, b – межэлементное расстояние вдоль оси $0y$.



Выражение (5) записано для однослоистых ПЭ, а (6) – для многослойных, где d_i – плоскость в которой расположен i -й печатный излучатель. Элементы столбца напряжений V_i СЛАУ можно записать как

$$V_i = 2j \tilde{J}_i(k_0 \sin \theta_i, 0) \sin(k_0 d_i \cos \theta_i) \times \\ \times e^{jk_0 x_i \sin \theta_i}$$

для случая падения на рефлектор плоской волны под углом θ_i , и как

$$V_i = 2j \tilde{J}_i(-k_0 \sin \theta_i, 0) \sin(k_0 d_i \cos \theta_i) \times \\ \times e^{jk_0(x_i \sin \theta_i - F \cos \theta_i)}$$

для источника сферической волны на расстоянии F от экрана, где $\theta_i = \arctg(-x_i/F)$.

Амплитуды токов экрана без диэлектрика легко найти как удвоенную амплитуду вектора напряженности магнитного поля в плоскости экрана:

$$I_{Gr_{i'}} = \frac{-2}{Z_0} e^{jk_0 \sin \theta_{i'}}, \quad (7)$$

$$I_{Gr_{i'}} = \frac{-2}{Z_0} e^{jk_0(x_{i'} \sin \theta_{i'} - F \cos \theta_{i'})}. \quad (8)$$

Формула (7) записана для источника в виде плоской волны, а (8) для источника в виде сферической волны.

Результаты расчетов. Использование представленного математического аппарата позволяет рассматривать диаграммы рассеяния от печатных излучателей и от экрана отдельно. Как пример, для случая падения плоской волны под углом 20° на линейку ПЭ общей длиной 10λ на рис. 2, a показана диаграмма рассеяния (ДР) от экрана, а на

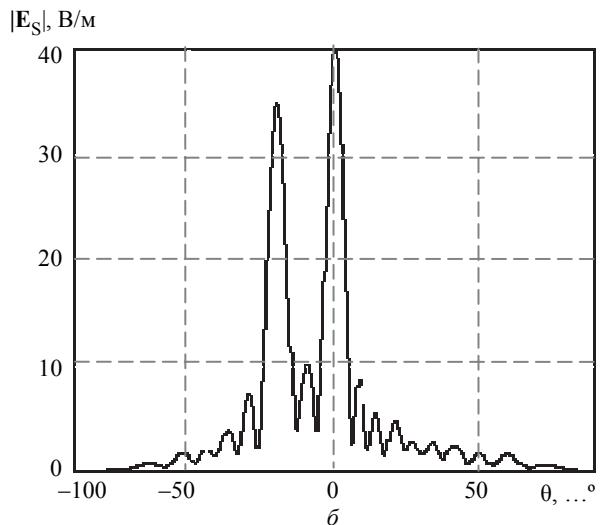


Рис. 2

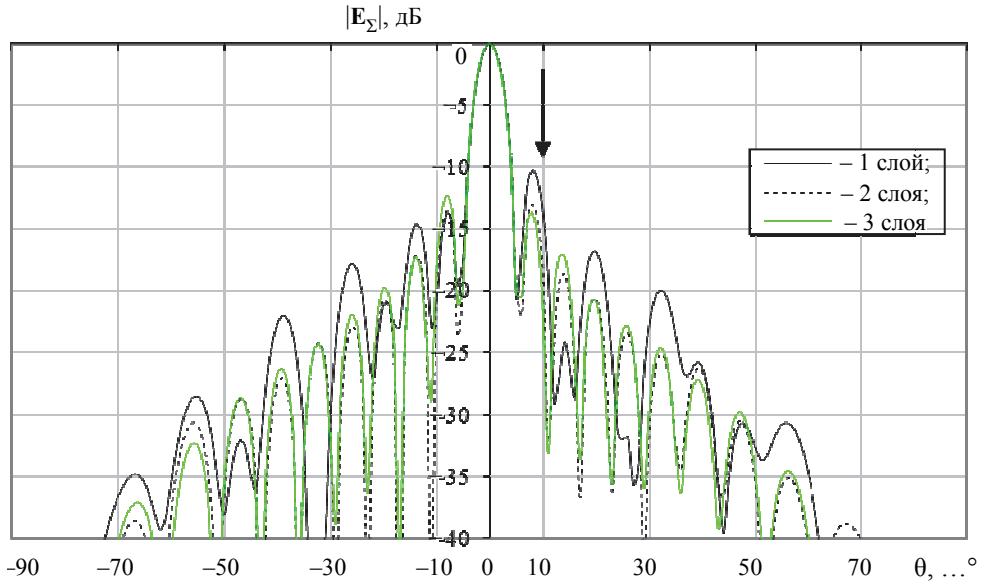


Рис. 3

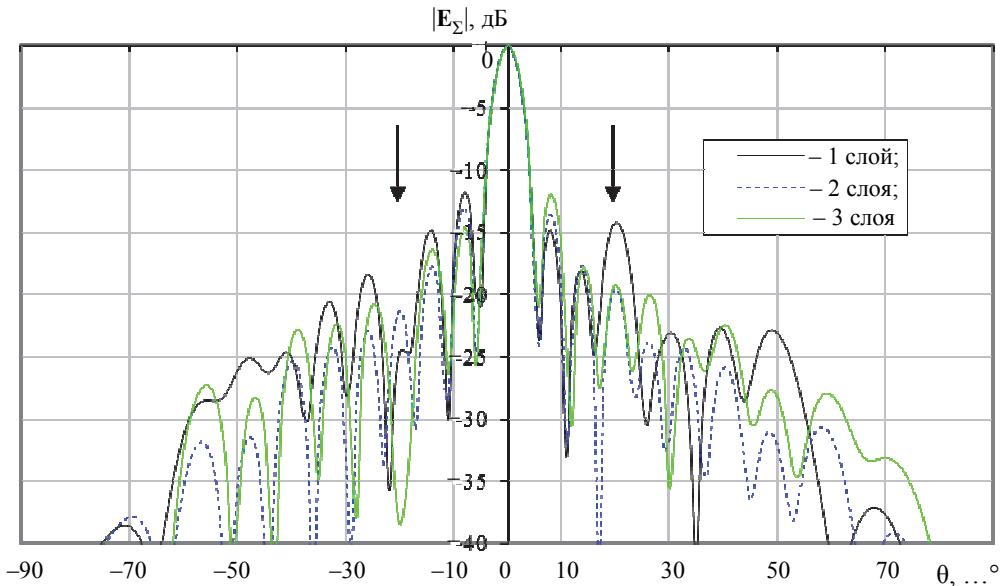


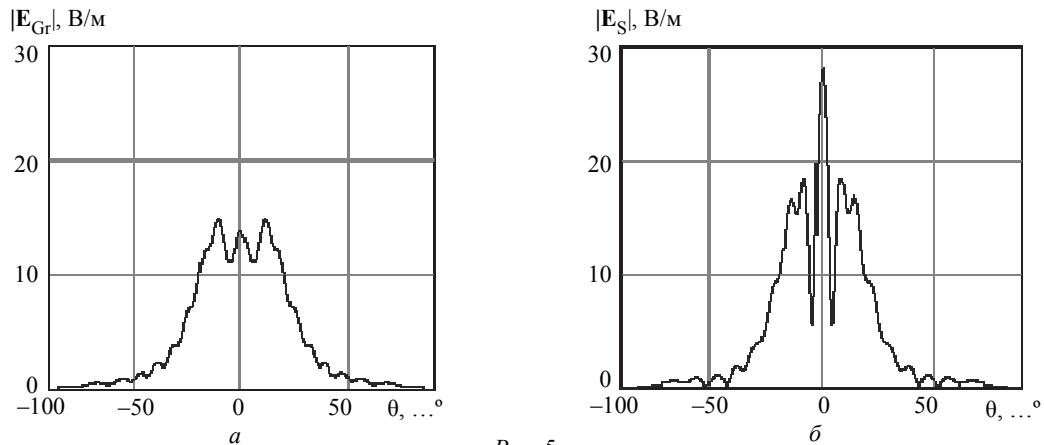
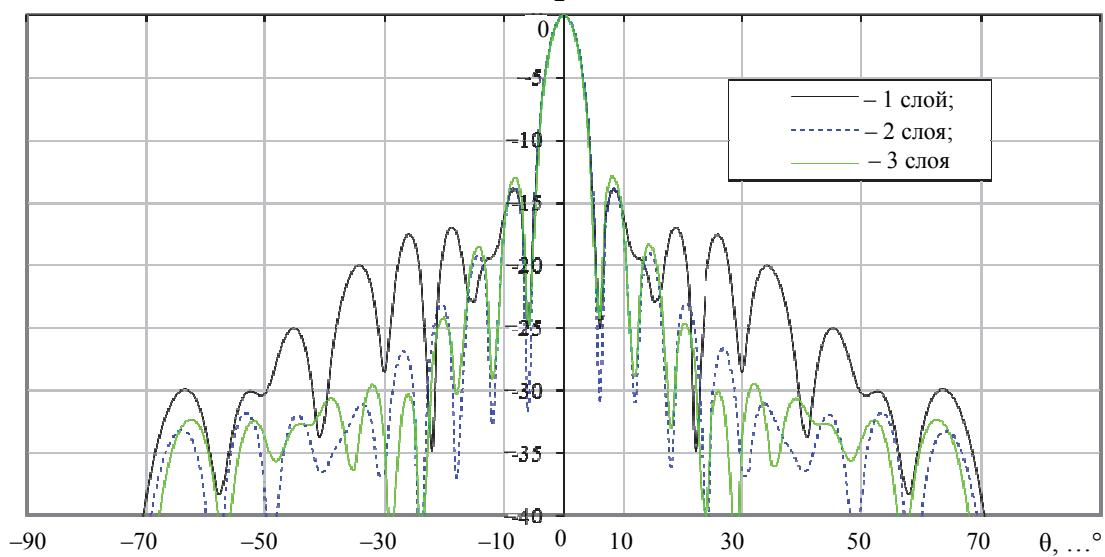
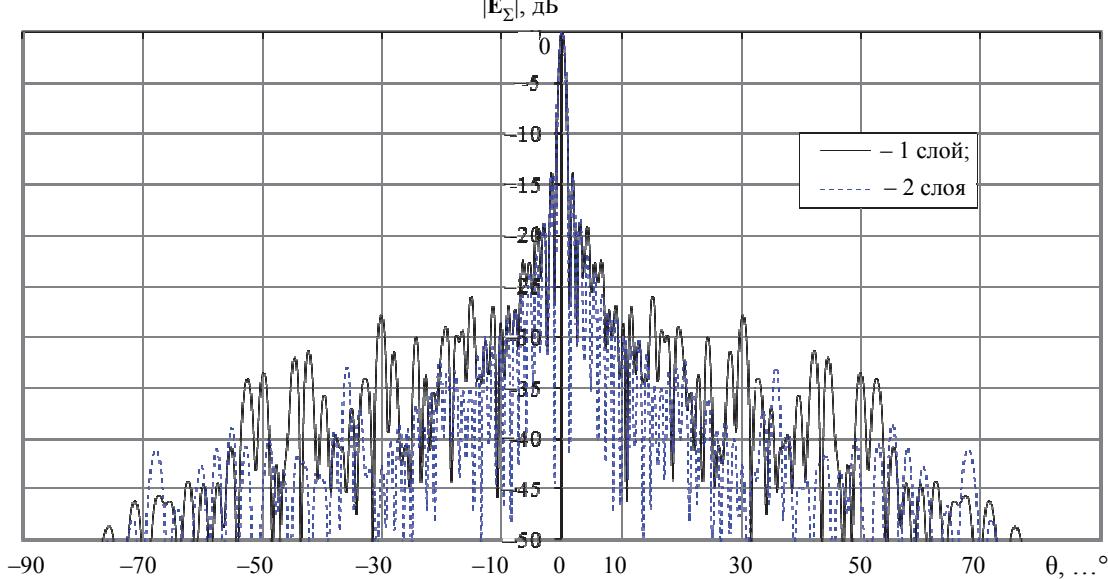
Рис. 4

рис. 2, б – от печатных излучателей (во всех нижеприведенных диаграммах угол θ отсчитывается в плоскости xOz).

Следует отметить, что вид ДР зависит от используемых функций Грина. Так, зависимость на рис. 2, б получена с помощью функции Грина для тока над экраном, т. е. является суперпозицией полей от печатных излучателей и их мнимых изображений. Вид диаграммы на рис. 2, б обусловлен тем, что ПИ, с одной стороны, должны скомпенсировать рассеянное экраном поле, а с другой – сформировать остронаправленную диаграмму направленности (ДН). Возможны и другие варианты, например ДР печатных излучателей рассчитывать без учета их мнимых изобра-

жений (т. е. с помощью функции Грина для свободного пространства), тогда ДР от экрана будет включать составляющие от мнимого изображения источника и от мнимых изображений ПИ. В последнем случае диаграммы рассеяния будут отличаться от показанных на рис. 2.

Для оценки влияния количества слоев печатных элементов на характеристики ПОАР были смоделированы линейки из ПЭ длиной 10λ при различных внешних источниках. На рис. 3 показаны диаграммы рассеяния конечнобесконечной структуры при падении плоской волны под углом 10° . Параметром на рисунке является количество слоев в печатном элементе. На рис. 4 показаны графики при падении плоской волны под углом 20° .

 $|E_{\Sigma}|$, дБ $|E_{\Sigma}|$, дБ

Интересно отметить, что как в направлении угла падения плоской волны, так и в зеркальном направлении на ДР могут появляться боковые

лепестки повышенного уровня (см. стрелки на рис. 3 и 4). Анализ рис. 3 и 4 позволяет сделать вывод, что переход на многослойные печатные

элементы позволяет существенно улучшить качество диаграмм направленности ПОАР – по сравнению с однослойными элементами понижается уровень боковых лепестков, а нули становятся более глубокими. Это существенный момент, поскольку во многих системах определяющим параметром является отношение сигнал/шум, на которое может оказаться существенное влияние уровень бокового фона ДН. В то же время, дальнейшее увеличение слоев не приводит к очевидному улучшению характеристик ДН. На рис. 5 показаны диаграммы рассеяния, аналогичные тем, что на рис. 2, только для сферического источника ($F/D = 1, D = 10\lambda$). На рис. 6 показаны ДР линейки ПЭ длиной 10λ при облучении сферической волной; параметром на рисунке является количество слоев ПЭ.

На широте Санкт-Петербурга уверенный прием спутникового сигнала в К-диапазоне осуществляется на ЗА диаметром 1.2 м, что соответствует электрической длине раскрыва 48λ . Диаграмма рассеяния линейки ПЭ такой длины представлена на рис. 7 для значения $F/D = 1$. Видно,

что у однослойной линейки боковой фон значительно выше. Хотя экстраполяция свойств линейки ПЭ на планарный раскрыв является приближением, общие тенденции изменения характеристик будут похожими. Следовательно, при попытке приема спутникового сигнала для однослойной ПОАР следует ожидать как минимум худшего отношения сигнал/шум. Все расчеты к рис. 2–7 производились для воздушного межслойного заполнения (толщина каждого слоя 0.08λ) с межэлементным расстоянием 0.68λ , ток на каждом печатном излучателе раскладывался по трем треугольным базисным функциям.

Приведенный в статье математический аппарат позволяет производить предварительный анализ характеристик ПОАР с высокой эффективностью. Представленные расчетные данные показывают, что двухслойные ПОАР обладают заметно лучшими характеристиками по сравнению с однослойными с точки зрения качества ДН. В то же время, дальнейшее увеличение количества слоев не приводит к очевидному улучшению свойств антенн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pozar D. M., Targonski S. D., Syrigos H. D. Design of millimeter wave microstrip reflectarray // IEEE Ant. and Prop. Magazine. 1997. Vol. 45, № 2. P. 287–296.
2. Menzel W., Pilz D., Al-Tikrity M. Millimeter-wave folded reflector antennas with high gain, low loss and low profile // IEEE Ant. and Prop. Magazine. 2002. Vol. 44, № 3. P. 24–29.
3. Arrebola M., Encinar J. A., Barba M. Multifed Printed Reflectarray With Three Simultaneous Shaped Beams for LMDS Central Station Antenna // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 2008. Vol. 56, № 6. P. 1518–1527.
4. Балландович С. В., Сугак М. И., Костиков Г. А. Печатные отражательные антенные решетки с диаграммой направленности специальной формы // Антенны. 2008. № 6. С. 53–59.
5. Dual-Polarization Dual-Coverage Reflectarray for Space Applications / J. A. Encinar, L. Datashvili, J. A. Zornoza, M. Arrebola, M. Sierra-Castañer, J. L. Besada, H. Baier, H. Legay // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 2006. Vol. 54, № 10. P. 2828–2837.
6. Хансен Р. С. Фазированные антенные решетки. 2-е изд. М.: Техносфера, 2012. 560 с.
7. Wasilkivskiy W. Mutual coupling effects in semi-infinite arrays // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1973. Vol. Ap-21, № 3. P. 277–285.
8. Design of broadband, single layer dual-band large reflectarray using multi open loop elements / M. R. Chaharmir, J. Shaker, N. Gagnon, D. Lee // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 2010. Vol. 58, № 9. P. 2875–2883.
9. Pozar D. M. Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1987. Vol. Ap-35, № 6. P. 613–621.
10. Балландович С. В., Костиков Г. А., Сугак М. И. Печатная двухслойная отражательная антenna решетка миллиметрового диапазона с диаграммой направленности специальной формы // Антенны. 2012. № 10. С. 22–27.

S. V. Ballandovich

Saint-Petersburg electrotechnical university «LETI»

FINITE-INFINITE STRUCTURE'S MODEL FOR ANALYSES OF PRINTED REFLECTARRAYS

Mathematical base of the printed-reflectarrays finite-infinite model is presented. Given model might be used for calculation large-aperture antennas radiation pattern (scatter pattern). Calculated data obtained with using of the described model are demonstrated.

Printed reflectarrays, finite-infinite structures, spectral-domain, scatter pattern, method of moment
