

3. Finlayson B. A. The method of weighted residuals and variational principles // SIAM. 2013. Vol. 73. P. 186–198.

4. Lyshevski S. E. Optimal control of nonlinear continuous-time systems: design of bounded controllers VIA generalized nonquadratic functionals // IEEE. 1998. Vol. 1. P. 205–209.

5. Шумский С. А. Байесова регуляризация обучения // Сб. лекций по нейроинформатике. Ч. 2. М.: МИФИ, 2002.

6. Kropotov D., Vetrov D. On one method of non-diagonal regularization in sparse Bayesian learning // Proc. of the 24th Intern. Conf. on Machine Learning, Corvallis, OR; United States, 2007. P. 457–464.

M. P. Belov, D. K. Tran
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

INTELLIGENT CONTROLLER BASED ON NONLINEAR OPTIMAL CONTROL OF ROBOTIC MANIPULATORS

This paper presents a robust control approach for robot manipulators in the presence of uncertain dynamics due to the unknown load. The optimal method of θ -D is used to obtain the law of optimal feedback control. The optimal method θ -D is based on the approximate solution of the Hamilton-Jacobi-Bellman equation (H-J-B) through the perturbation process. A part of disturbances is added to the system cost function to ensure optimality and achieve global stability. Adjustable parameters in the system disturbance components allow for flexible adjustment of the system performance. The synthesized problem of nonlinear optimal control was solved by the θ -D method, which provides an approximate analytical feedback solution. The structural controller of the neural network was analyzed on the basis of the H-J-B equation. Bayesian regression method of training for the learning process of the neural network was estimated. The results of the simulation showed that the intelligent controller built on the basis of nonlinear optimal control leads the robot manipulator to the desired position, fully providing a criterion for system quality at large load variations.

Optimal method θ -D, intelligent controller, artificial neural network

УДК 62–52.001.24

Ю. А. Бычков

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

С. В. Щербakov

Псковский государственный университет

Алгоритм расчета установившихся периодических режимов в линейных автономных электрических цепях на основе интегрального преобразования Лапласа и взаимосвязи коэффициентов степенных и тригонометрических рядов

Предлагается алгоритм расчета установившегося периодического режима в линейных электрических цепях с сосредоточенными стационарными параметрами. Расчетная схема алгоритма определяет возможность рассмотрения одновременно всех гармоник периодического внешнего воздействия, описываемого тригонометрическим многочленом. Алгоритм основан на формировании изображений по Лапласу искомого решения уравнения динамики цепи и последующем разложении изображений регулярных составляющих решений в ряды Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычисленные на основе коэффициентов рядов Лорана коэффициенты рядов Тейлора для регулярных составляющих решений разделяют на две составные части, одна из которых соответствует свободной, а другая – вынужденной составляющим реакции цепи. Используя «уравнения взаимосвязи» между известными коэффициентами рядов Тейлора и показателями гармоник тригонометрических многочленов для периодических вынужденных составляющих реакций цепи, вычисляют амплитудные и фазовые показатели гармоник этих составляющих.

Электрическая цепь, реакция цепи, уравнения динамики цепи, установившийся периодический режим, преобразование Лапласа, ряд Лорана, ряд Тейлора, тригонометрический многочлен, амплитудные и фазовые показатели гармоник

Постановка задачи. Расчет установившегося периодического режима в линейных электриче-

ских цепях с сосредоточенными стационарными параметрами, определяя электротехническую ос-

нову многочисленных прикладных задач, обуславливает необходимость разработки новых эффективных алгоритмов и расчетных схем решения [1]–[3]. В общем случае динамику цепей выделенного класса описывает следующее обыкновенное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

$$A(D, D^{-1})x(t) = G(D)f(t), \quad (1)$$

где D – оператор обобщенного дифференцирования; t – время; D^{-1} – оператор интегрирования до t , нижний предел которого есть предначальный момент времени в каждом интервале интегрирования; $A(D, D^{-1})$ – квадратная матрица порядка L_x с полиномиальными от D и D^{-1} элементами; $G(D)$ – прямоугольная матрица размером $L_x \times L_f$ с полиномиальными от D элементами; $x(t)$ и $f(t)$ – матрицы-столбцы реакций и внешних воздействий цепи.

Если внешнее периодическое воздействие $f_l(t)$, $l \in [1; L_f]$, определяемое источником напряжения или тока, таково, что допускает свое точное или приближенное описание тригонометрическим многочленом порядка M_l с частотой первой гармоники ω_l , то вынужденные составляющие всех реакций цепи, обладая периодическим характером, также описываются соответствующими тригонометрическими многочленами, порядок и частота первой гармоники которых – M_l и ω_l соответственно. Расчет неизвестных амплитуд и начальных фаз гармоник тригонометрических многочленов, описывающих вынужденные периодические составляющие реакций цепи, сводится к последовательному применению в отношении каждой отдельной гармоники периодического внешнего воздействия $f_l(t)$ «метода комплексных амплитуд», регламентирующему расчет синусоидальных установившихся режимов с частотами $m\omega_l$, $m = 1, 2, \dots, M_l$, и последующему суммированию результатов расчетов. Понятно, что при сравнительно большом значении порядка M_l тригонометрического многочлена, описывающего периодическое внешнее воздействие цепи $f_l(t)$, вычислительная работа, сопровождающая расчет вынужденного периодического режима цепи, может достигать достаточно больших объемов, снижая эффективность и оперативность реализации всей расчетной схемы.

В статье предлагается алгоритм расчета установившихся периодических режимов в линейных автономных электрических цепях, обеспечивающий возможность учета в расчетной схеме одновременно всех M_l гармоник тригонометрического многочлена, описывающего периодическое внешнее воздействие цепи $f_l(t)$, включая постоянную составляющую такого описания. Результатом расчета служат наборы амплитуд и начальных фаз в отношении всех M_l гармоник тригонометрического многочлена, описывающего периодическую вынужденную составляющую реакции цепи. Математическую основу предлагаемого алгоритма составляют аппарат обобщенных функций, интегрального преобразования Лапласа, рядов Лорана, рядов Тейлора и тригонометрических рядов.

Алгоритм расчета установившихся периодических режимов в линейных электрических цепях с сосредоточенными стационарными параметрами. Расчет динамики линейной автономной электрической цепи при заданных предначальных условиях сводится к определению описаний существующих решений $x_r(t)$, $r = 1, 2, \dots, L_x$ уравнения (1). Общее решение $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$ уравнения (1) определяется суммой двух составляющих: свободной $x_{l\text{св}}(t)$, соответствующей переходному процессу в цепи, и вынужденной $x_{l\text{вын}}(t)$, характеризующей установившийся режим цепи. Итак,

$$x_l(t) = x_{l\text{св}}(t) + x_{l\text{вын}}(t), \quad (2)$$

причем

$$x_{l\text{вын}}(t) = x_l(t; M_l) = A_{l,0} + \sum_{m=1}^{M_l} A_{l,m} \sin(m\omega_l t + \alpha_{l,m}),$$

где $x_l(t; M_l)$ – тригонометрический многочлен порядка M_l , описывающий вынужденную периодическую составляющую реакции цепи; $A_{l,0}$ – постоянная составляющая ограниченного гармонического спектра вынужденной составляющей реакции цепи; $A_{l,m}$, $\alpha_{l,m}$ – соответственно, амплитуда и начальная фаза m -й гармоники ограниченного гармонического спектра вынужденной составляющей реакции цепи; ω_l – частота изменения вынужденной периодической составляющей реакции цепи.

Если (1) при заданных предначальных условиях преобразовать, используя обобщенное интегральное преобразование Лапласа, то относи-

тельно изображений искомого решения $x_r(t)$, $r = 1, 2, \dots, L_x$ можно сформировать систему линейных алгебраических уравнений. Решив эту систему с использованием, например, правила Крамера [4], для изображения $X_l(p)$ искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$ получим следующее представление:

$$X_l(p) = \frac{B'_l(p)}{A(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{N+J_l} B'_{l, N+J_l-i} p^{N+J_l-i}}{\sum_{i=0}^N A_i p^i}, \quad (3)$$

где $N \in \mathbf{N}$; $J_l \in \mathbf{Z}$.

В общем случае, при $J_l \geq 0$, дробно-рациональная функция в правой части выражения (3) для изображения $X_l(p)$ искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$, неправильная. Это обусловлено тем, что в зависимости от структуры и математического содержания элементов матриц, входящих в (1), соотношение между отдельными коэффициентами $B'_{l,r}$, A_r , в том числе при старших степенях переменной p , может оказаться таково, что приведет к превышению порядком полинома $B'_l(p)$ порядка полинома $A(p)$.

Представив неправильную дробно-рациональную функцию для изображения $X_l(p)$ в виде суммы целой рациональной функции $X_l^-(p)$ и правильной дробно-рациональной функции $X_l^+(p)$ и, разложив затем функцию $X_l^+(p)$ в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки, получим:

$$\begin{aligned} X_l(p) &= X_l^-(p) + X_l^+(p) = \\ &= \sum_{j=0}^{J_l} S_{l,-j} p^j + \frac{\sum_{i=1}^N B_{l, N-i} p^{N-i}}{\sum_{i=0}^N A_i p^i} = \\ &= \sum_{j=0}^{J_l} S_{l,-j} p^j + \frac{\sum_{i=0}^N B_{l, N-i-1} p^{N-i}}{\sum_{i=0}^N A_i p^i} \frac{1}{p} = \\ &= \sum_{j=0}^{J_l} S_{l,-j} p^j + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_{l,i}}{p^{i+1}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты $S_{l,-j}$, $B_{l, N-i}$, $R_{l,i}$ вычисляются по формулам, приведенным в [5].

Описание оригинала для изображения $X_l(p)$ искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$, представленного составным выражением (4), сводится к следующему:

$$\begin{aligned} x_l(t) &= x_l^-(t) + x_l^+(t) = \sum_{j=0}^{-J_l} S_{l,j} \delta_j(t) + \\ &+ \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i} t^i / i!, \end{aligned} \quad (5)$$

где $x_l^-(t)$ – сингулярная, а $x_l^+(t)$ – регулярная составляющие решения $x_l(t)$; $\delta_j(t)$ – импульсные функции различных порядков; $S_{l,j}$ – весовые коэффициенты при таких импульсных функциях в точке с абсциссой $t = 0^+$; $R_{l,i}$ – коэффициенты сформированного для регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$ степенного ряда с абсциссой точки разложения $t = 0^+$.

Результатом указанных преобразований служит корректный переход от заданных предначальных условий к начальным и выделение таким образом разрыва первого рода в искомом решении $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$, если таковой имеется. Также для искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$ уравнения динамики цепи (1) определена сингулярная составляющая $x_l^-(t)$, характеризующая существование дифференцируемых разрывов первого рода, а для регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$ сформирован следующий сходящийся степенной ряд:

$$x_l^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i} t^i / i!, \quad l \in [1, L_x]. \quad (6)$$

Для вычисления коэффициентов $R_{l,i}$ ряда Тейлора (6) в [5] приведены формулы, устанавливающие связь этих коэффициентов с полюсами λ_n изображения $X_l^+(p)$ регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$. Так, например, для случая, когда все полюса изображения $X_l^+(p)$ различные, указанная формула выглядит следующим образом:

$$R_{l,i} = \sum_{n=1}^N \eta_{l,n} \lambda_n^i, \quad i \in \mathbb{Z}^+, \quad (7)$$

где

$$r_{l,n} = \frac{\sum_{m=0}^{N-1} B_{l,N-m-1}^* \lambda_n^{N-m-1}}{N \lambda_n^{N-1} + \sum_{m=1}^{N-1} (N-m) A_{N-m}^* \lambda_n^{N-m-1}}, \quad (8)$$

$$B_{l,N-1-m}^* = B_{l,N-1-m} / A_n; \quad A_r^* = -A_r / A_n.$$

По своему математическому содержанию коэффициенты $r_{l,n}$, входящие в (7) и вычисляемые по (8), представляют собой вычеты правильной дробно-рациональной функции для изображения $X_l^+(p)$ регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$.

С учетом описания (5) искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$ уравнения динамики цепи (1) в начальной точке расчета равенство (2) приобретает актуализированный в отношении регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$ вид:

$$x_l^+(t) = x_{l,св}^+(t) + x_{l,вын}^+(t), \quad (9)$$

причем

$$\begin{aligned} x_{l,вын}^+(t) &= x_l(t; M_l) = \\ &= A_{l,0} + \sum_{m=1}^{M_l} A_{l,m} \sin(m\omega_l t + \alpha_{l,m}). \end{aligned} \quad (10)$$

Из равенства (9) следует, что для каждого из коэффициентов $R_{l,i}$ ряда Тейлора (6) справедливо следующее, математически распределенное по составляющим решения представление:

$$R_{l,i} = R_{l,св} + R_{l,вын}. \quad (11)$$

Представление каждого из коэффициентов $R_{l,i}$ ряда Тейлора (6) в виде суммы (11) из двух составляющих сопровождаются следующие, определяемые формулами (7), (8) положения. Составляющая $R_{l,св}$ каждого из коэффициентов $R_{l,i}$ ряда Тейлора (6) вычисляется по (7) с учетом расчет только тех полюсов изображения $X_l^+(p)$ регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$, которые совпадают с корнями характеристического уравнения цепи [1], [2]. При этом составляющая $R_{l,вын}$ коэффициента $R_{l,i}$ вычисляется по (7) на основе исключительно полюсов изображения

$X_l^+(p)$, которые совпадают с полюсами изображения периодического внешнего воздействия цепи $f(t)$, описываемого тригонометрическим многочленом порядка M_l . Приведенные положения исчерпывающим образом характеризуют взаимосвязь равенств (6), (9) и (7), (11).

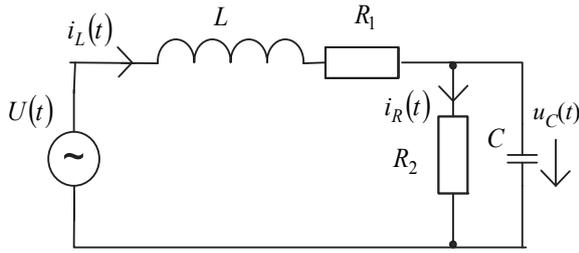
Равенство (11) обуславливает разделение сходящегося степенного ряда (6) для регулярной составляющей решения $x_l^+(t)$ на два сходящихся степенных ряда, определяя возможность формирования уравнения взаимосвязи между коэффициентами $R_{l,i,вын}$ степенного ряда для периодической вынужденной составляющей реакции цепи $x_{l,вын}^+(t)$ и амплитудно-фазовыми показателями описания этой составляющей посредством тригонометрического многочлена (10), при $M_l = M$. Указанное уравнение взаимосвязи имеет следующий, определяемый математическим смыслом коэффициентов $R_{l,i,вын}$ ряда Тейлора для периодической вынужденной составляющей реакции цепи $x_{l,вын}^+(t)$, вид:

$$\begin{aligned} R_{l,0,вын} &= A_{l,0} + \sum_{k=1}^M A_{l,k} \sin(k\omega t + \alpha_{l,k}) \Big|_{t=t_s}; \\ R_{l,1,вын} &= \sum_{k=1}^M A_{l,k} (k\omega) \cos(k\omega t + \alpha_{l,k}) \Big|_{t=t_s}; \quad (12) \\ R_{l,2M,вын} &= \\ &= \sum_{k=1}^M A_{l,k} (k\omega)^{2M+1} \sin(k\omega t + \alpha_{l,k} + M\pi) \Big|_{t=t_s}, \end{aligned}$$

где $t = t_s$ – дискретный момент времени, соответствующий разложению регулярной составляющей $x_l^+(t)$ искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$ уравнения динамики цепи (1) в ряд Тейлора (6).

Результатом решения тригонометрической системы (12) из $2M + 1$ уравнений служат подлежащие расчету амплитуды и начальные фазы $A_{l,0}, A_{l,1}, \dots, A_{l,M}, \alpha_{l,1}, \dots, \alpha_{l,M}$ тригонометрического многочлена (10), $M_l = M$, описывающего периодическую вынужденную составляющую реакции цепи $x_{l,вын}^+(t)$.

Пример. Расчет установившегося периодического режима в линейной автономной электрической цепи, изображенной на рисунке.



Параметры цепи: $L = 0.1$ Гн, $C = 0.1$ Ф, $R_1 = 0.2$ Ом, $R_2 = 5$ Ом;

$$U(t) = u_1 \sin(\omega t + \beta_1) + u_2 \sin(2\omega t + \beta_2) + u_3 \sin(3\omega t + \beta_3),$$

где $u_1 = 2$, $\beta_1 = 0.1$ рад, $u_2 = 5$, $\beta_2 = -0.3$ рад, $u_3 = 2$, $\beta_3 = 0.5$ рад, $\omega = 2$ рад/с.

Предначальные условия заданы: $i_L(0^-) = -4$ А, $u_C(0^-) = -4$ В.

Динамику цепи на рисунке описывает в форме (1) следующее обыкновенное линейное дифференциальное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{R_2} - CD \\ LD + R_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ u_C(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t). \quad (13)$$

Выполнив над (13) интегральное преобразование Лапласа, в форме (4) получим следующие описания для изображений искомых решений этого уравнения:

$$I_L(p) = \frac{\sum_{i=0}^7 B_{1,1-i} p^{1-i}}{\sum_{i=0}^8 A_i p^i} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_{1,i}}{p^{i+1}}, \quad (14)$$

$$U_C(p) = \frac{\sum_{i=0}^7 B_{2,1-i} p^{1-i}}{\sum_{i=0}^8 A_i p^i} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_{2,i}}{p^{i+1}},$$

где

$$A_0 = 36\omega^4 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right); \quad A_1 = 36\omega^4 \left(CR_1 + \frac{L}{R_2}\right);$$

$$A_2 = 36\omega^4 LC + 49\omega^2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right);$$

$$A_3 = 49\omega^2 \left(CR_1 + \frac{L}{R_2}\right);$$

$$A_4 = 49\omega^2 LC + 14\omega^2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right); \quad \dots; \quad A_8 = LC;$$

$$B_{2,0} = 36\omega^5 U_1 \cos(\omega t_n + \beta_1) + 18\omega^5 U_2 \cos(2\omega t_n + \beta_2) + 12\omega^5 U_3 \cos(3\omega t_n + \beta_3) + 36\omega^4 [Li_L(0^-) + CR_1 u_C(0^-)];$$

$$B_{2,1} = 36\omega^4 U_1 \sin(\omega t_n + \beta_1) + 18\omega^4 U_2 \sin(2\omega t_n + \beta_2) + 12\omega^4 U_3 \sin(3\omega t_n + \beta_3) + 36\omega^4 CLu_C(0^-);$$

$$\dots; \quad B_{2,7} = CLu_C(0^-);$$

$$B_{1,0} = \frac{1}{R_2} [36\omega^5 U_1 \cos(\omega t_n + \beta_1) + 18\omega^5 U_2 \times \cos(2\omega t_n + \beta_2) + 12\omega^5 U_3 \cos(3\omega t_n + \beta_3)] - 36\omega^4 Cu_C(0^-);$$

$$B_{1,1} = C [36\omega^5 U_1 \cos(\omega t_n + \beta_1) + 18\omega^5 U_2 \times \cos(2\omega t_n + \beta_2) + 12\omega^5 U_3 \cos(3\omega t_n + \beta_3)] + \frac{1}{R_2} [36\omega^4 U_1 \sin(\omega t_n + \beta_1) + 18\omega^4 U_2 \times \sin(2\omega t_n + \beta_2) + 12\omega^4 U_3 \sin(3\omega t_n + \beta_3)] + 36\omega^4 CLu_C(0^-); \quad \dots; \quad B_{1,7} = CLi_L(0^-).$$

Описания (14) изображений искомых решений $i_L(t)$, $u_C(t)$ уравнения (13) таковы, что изображениям соответствуют правильные дробно-рациональные функции, которые имеют два комплексно сопряженных полюса $\lambda_1 = -2 + j10 = 10.2e^{j101.3}$, $\lambda_2 = -2 - j10 = 10.2e^{-j101.3}$, совпадающих с конями характеристического уравнения цепи, и три пары чисто мнимых полюсов $\lambda_3 = j2 = 2e^{j90}$; $\lambda_4 = -j2 = 2e^{-j90}$; $\lambda_5 = j4 = 4e^{j90}$; $\lambda_6 = -j4 = 4e^{-j90}$; $\lambda_7 = j6 = 6e^{j90}$; $\lambda_8 = -j6 = 6e^{-j90}$, которые совпадают с полюсами изображения периодического внешнего воздействия цепи.

Для рассматриваемого примера формулы (7), (8) для вычисления коэффициентов $R_{1,i}$, $R_{2,i}$ степенных рядов (6), $l = 1, 2$, для искомых решений $i_L(t)$, $u_C(t)$ уравнения (13) приобретают следующий вид:

$$R_{l,i} = \sum_{n=1}^8 \eta_{l,n} |\lambda_n|^i, \quad (15)$$

где

$$\eta_{l,n} = \frac{\sum_{m=0}^7 B_{l,7-m}^* \lambda_n^{7-m}}{8\lambda_n^7 + \sum_{m=1}^7 (8-m)A_{8-m}^* \lambda_n^{7-m}};$$

$$A_r^* = \frac{A_r}{A_8}, B_r^* = \frac{B_r}{A_8}, r \in [0; 7].$$

С учетом приведенных соотношений между полюсами изображений решений $i_L(t)$, $u_C(t)$, включая порядок их нумерации, формулы (15) преобразуются к следующим формулам для вычисления коэффициентов $R_{l,i \text{ вын}}$, $l = 1, 2$ степенных рядов для вынужденных составляющих реакций цепи:

$$R_{l,i \text{ вын}} = \sum_{n=3}^8 \eta_{l,n} |\lambda_n|^i,$$

где

$$\eta_{l,n} = \frac{\sum_{m=0}^7 B_{l,7-m}^* \lambda_n^{7-m}}{8\lambda_n^7 + \sum_{m=1}^7 (8-m)A_{8-m}^* \lambda_n^{7-m}};$$

$$A_r^* = \frac{A_r}{A_8}, B_r^* = \frac{B_r}{A_8}, r \in [0; 7].$$

Первые семь коэффициентов $R_{l,i \text{ вын}}$, $l = 1$ степенного ряда для периодической вынужденной составляющей реакции цепи $i_L(t)$ таковы:

$$R_{1,0 \text{ вын}} = 3.06549818; R_{1,1 \text{ вын}} = 10.56500068;$$

$$R_{1,2 \text{ вын}} = -87.436104521;$$

$$R_{1,3 \text{ вын}} = -193.41780557; \dots;$$

$$R_{1,6 \text{ вын}} = -8.681754 \cdot 10^4; \dots$$

Первые семь коэффициентов $R_{l,i \text{ вын}}$, $l = 2$ степенного ряда для периодической вынужденной составляющей реакции цепи $u_C(t)$ таковы:

$$R_{2,0 \text{ вын}} = -2.0966828285;$$

$$R_{2,1 \text{ вын}} = 40.2483475007;$$

$$R_{2,2 \text{ вын}} = 25.1533118820;$$

$$R_{2,3 \text{ вын}} = -924.6676689789; \dots;$$

$$R_{2,6 \text{ вын}} = -1.0138247082 \cdot 10^4; \dots$$

Степенные ряды, с указанными коэффициентами $R_{l,i \text{ вын}}$, для периодических вынужденных составляющих реакций цеп $i_L(t)$ и $u_C(t)$ имеют абсциссу точек разложения $t = 0^+$.

Тогда в рассматриваемом случае, при $\omega = 2$, $M = 3$ и $t = 0^+$ система тригонометрических уравнений (12) сводится к следующему описанию:

$$R_{r,0 \text{ вын}} = A_{r,0} + \sum_{k=1}^3 A_{r,k} \sin(k\omega t + \alpha_{r,k}) \Big|_{t=0^+};$$

$$R_{r,1 \text{ вын}} = \sum_{k=1}^3 A_{r,k} (k\omega) \cos(k\omega t + \alpha_{r,k}) \Big|_{t=0^+};$$

...

$$R_{r,6 \text{ вын}} = \sum_{k=1}^3 A_{r,k} (k\omega)^6 \sin(k\omega t + \alpha_{r,k}) \Big|_{t=0^+},$$

$$r = 1, 2.$$

Решив систему тригонометрических уравнений (16), вычисляют неизвестные амплитуды $A_{r,k}$, $k = 0, 1, 2, 3$, $r = 1, 2$ и начальные фазы $\alpha_{r,k}$, $k = 1, 2, 3$, $r = 1, 2$ тригонометрических многочленов (10), $M_l = M = 3$ для периодических вынужденных составляющих реакций цепи $i_L(t)$ и $u_C(t)$. Полученные результаты расчета для тока индуктивного элемента $i_L(t)$ таковы: $A_{1,0} = 0$; $A_{1,1} = 0.5638838744$; $\alpha_{1,1} = 0.8055681776$ рад; $A_{1,2} = 2.4999999999$; $\alpha_{1,2} = 0.6272952180$ рад; $A_{1,3} = 1.7541160386$; $\alpha_{1,3} = 1.4097531579$ рад. Для напряжения на емкостном элементе $u_C(t)$ результаты следующие: $A_{2,0} = 0$; $A_{2,1} = 1.9936305570$; $\alpha_{2,1} = 0.02017001428$ рад; $A_{2,2} = 5.5901699437$; $\alpha_{2,2} = -0.4798534998$ рад; $A_{2,3} = 2.7735009811$; $\alpha_{2,3} = 0.1607073855$ рад.

Подводя итог, можно отметить, что предложенный в статье вычислительный алгоритм достаточно хорошо формализован и обеспечивает высокую эффективность даже в случае сравнительно больших значений порядка M_l тригонометрического многочлена, описывающего периодическое внешнее воздействие цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Введение в теоретическую электротехнику. Курс подготовки бакалавров: учеб. пособие / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Е. Б. Соловьева, Э. П. Чернышев. СПб.: Лань, 2016.
 2. Основы теоретической электротехники / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев, А. Н. Белянин. СПб.: Лань, 2009.
 3. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 1989.
 4. Воднев В. Г., Наумович А. Ф., Наумович Н. Ф. Математический словарь высшей школы. М.: Изд-во МПИ, 1988.
 5. Бычков Ю. А., Щербаков С. В. Аналитический и численный расчет детерминированных нелинейных моделей динамических систем с сосредоточенными и распределенными нестационарными параметрами. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014.
-

Yu. A. Bychkov
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

S. V. Sherbakov
Pskov State University

THE ALGORITHM OF CALCULATING THE STEADY-STATE PERIODIC REGIMES IN LINEAR AUTONOMOUS ELECTRIC CIRCUITS BASED ON THE LAPLACE INTEGRAL TRANSFORMATION AND THE RELATIONSHIP OF THE COEFFICIENTS OF POWER AND TRIGONOMETRIC SERIES

The algorithm of calculating the steady-state periodic mode in linear electrical circuit with concentrated stationary parameters is proposed. The calculation scheme of the algorithm determines the possibility to consider all the harmonics of a periodic external action described by a trigonometric polynomial simultaneously. The algorithm is based on forming the Laplace-transform images of the required solutions of the circuit dynamic equations and subsequent decomposition of the images of the solutions' regular components in Laurent series in the neighborhood of an infinitely distant point. Calculated on the basis of the coefficients of Laurent series, the coefficients of Taylor series for the regular components of solutions are divided into two component parts, one of which corresponds to the free and the other to the forced components of the circuit reaction. Using the «equations of relationship» between the known coefficients of the Taylor series and the harmonic indices of trigonometric polynomials for periodic forced components of the circuit reactions, one can calculate the amplitude and phase parameters of the harmonics of these components.

The electric circuit, the response circuit, the dynamic equations of the circuit, periodic steady state, Laplace transform, Laurent series, Taylor series, trigonometric polynomial, the amplitude and phase of the harmonics indicators
