

УДК 681.3

Ю. Т. Лячек, А. А. Васильев, В. Ю. Мартынов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Новые методы формирования параболических кривых Оверхаузера

Предлагаются 2 новых метода аналитического формирования смешанных параболических кривых, отличающихся от известных. Они не накладывают ограничения на относительное положение в пространстве последовательности опорных точек друг относительно друга, чем выгодно отличаются от прототипов. Методы позволяют эффективно формировать и редактировать кривые при изменении координат любой заданной в последовательности точки. Эффект достигается за счет соответствующего выбора локальных систем координат для математического описания каждой параболы, которые в совокупности определяют составную интерполяционную кривую. В статье приводятся подробные математические описания обоих методов параболической интерполяции кривых – с помощью векторных выражений и на основе матричных вычислений. Представлены примеры построения параболических кривых с использованием старых (Оверхаузера и Бревера–Андерсона) и предложенных методов. Приведена таблица объемов программного кода, требуемых для реализации рассмотренных методов параболической интерполяции на языке C#. Показана возможность простого формирования параболических поверхностей на основе матрицы точек ее задающего прямоугольника.

Компьютерная графика, параболические кривые, локальная система координат, усовершенствованные методы формирования, векторные и матричные вычисления

Во многих практических задачах САПР при геометрическом моделировании графических объектов описание аналитической формулы кривой или поверхности не известно. Однако для анализа проектируемого объекта требуется, чтобы кривая или поверхность проходила через заданные точки, имела определенную степень гладкости или в конкретных точках имела заданные производные. Для получения аналитических выражений описаний и построения в дальнейшем на основе этих выражений кривых или поверхностей существует достаточно большое количество различных математических методов интерполяции, представленных в литературе [1]–[4]. Такие кривые обычно называются сплайнами и в зависимости от метода формирования называются кубическими, параболическими, сплайнами Эрмита, сплайнами в форме Лагранжа или в форме Ньютона и др. Для получения математического описания большинства сплайнов требуется сразу определять всю последовательность задающих точек, а во многих случаях и оговаривать различные дополнительные условия. При этом, если вид рассчитанной кривой или поверхности не удовле-

творяет пользователя и положение хотя бы одной точки требуется переопределить (отредактировать), то приходится пересчитывать всю кривую или поверхность, так как каждая точка влияет на вид кривой или поверхности на всем ее протяжении. При большом количестве заданных точек получение интерполяционной кривой желаемой формы требует значительных временных затрат.

Методы параболической интерполяции позволяют избежать этих проблем, так как формируемая кривая сохраняет непрерывность только первой производной в точках соединения ее сегментов. Кривая не требует больших расчетов, и ее сегменты формируются последовательно по мере ввода пользователем очередной точки, что позволяет оперативно контролировать в интерактивном режиме вид кривой. Методы последовательной параболической интерполяции были разработаны Оверхаузером [5] и модифицированы Бревеном–Андерсоном [6].

В основе этих методов лежит линейная интерполяция двух «пересекающихся» частей последовательно сформированных парабол. Каждая парабола определяется в пространстве последова-

тельностью из трех точек (триадой точек) – $\{P_1, P_2, P_3\}$; $\{P_2, P_3, P_4\}$; $\{P_3, P_4, P_5\}$ и т. д. и представляет собой плоскую кривую, лежащую в своей прямоугольной локальной системе координат (ЛСК). Плоскость каждой ЛСК определяется параметрами трех задающих параболу точек. При этом начало ЛСК каждой параболы (рис. 1) Оверхаузер располагает в начальной точке триады, а ее ось абсцисс r проводит через третью, последнюю, точку задания параболы $P(r)$. Значения параметров r_1, r_2 и r_3 соответствуют в ЛСК вектор-точкам P_1, P_2 и P_3 , а вектор-точка J является проекцией средней точки P_2 на ось абсцисс r . Параметр d определяется расстоянием между точками P_1 и P_3 , параметр l – расстоянием между точками P_1 и J , а параметр t на промежутке между точками P_2 и P_3 изменяется от 0 до 1.

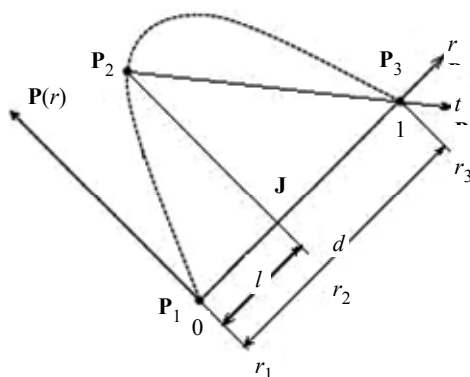


Рис. 1

Линейная аппроксимация двух парабол на общем промежутке (рис. 2) определяется как

$$\bar{C}(t) = \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \bar{P}(r) + \frac{t}{t_0} \bar{Q}(s),$$

где $C(t)$ – смешанная кривая (линейная интерполяция двух парабол $P(r)$ и $Q(s)$, каждая из которых представлена в своей ЛСК). На рис. 2 в промежутке между второй P_2 и третьей P_3 точками задания двух последовательных параболических кривых смешанная парабола $C(t)$ показана сплошной, конечный участок $P(r)$ – штрихпунктирной, а начальный $Q(s)$ – штриховой линиями; t_0 – расстояние между точками P_2 и P_3 ; $0 \leq t \leq t_0$, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq s \leq 1$ – диапазоны задания параметров соответственно смешанной $C(t)$, первой $P(r)$ и второй $Q(s)$ парабол; $r = r_2 + (1 - r_2) t/t_0$; $s = s_2 t/t_0$ – соответственно связь параметров r и s с параметром t на общем промежутке аппроксимации парабол.

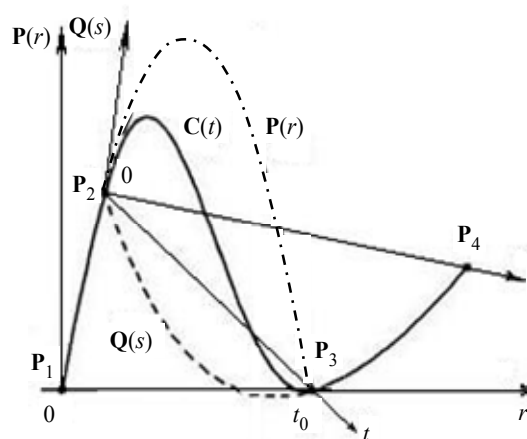


Рис. 2

В результате подобной аппроксимации последовательно строятся смешанные параболы между второй и третьей, третьей и четвертой и т. д. точками задания кривой. На краях формируемой кривой – в начале (от точки P_1 до P_2) и в конце (между точками P_{n-1} и P_n) формируются соответствующие участки чистых парабол. На рис. 2 начальный участок параболы $P(r)$ и конечный параболы $Q(s)$, как и результирующая смешанная парабола $C(t)$, показаны сплошными линиями. Все параметры отдельных участков смешанных параболических кривых вычисляются в глобальной системе координат (ГСК).

Особенность формирования кривой Оверхаузера заключается в том, что она определяется аналитически на основе операции сложения соответствующих векторов точек, расположенных в пространстве (векторов точек P_1 и P_2 , определенных в ГСК, вектора r и вектора $P(r)$, найденных в ЛСК для первой триады точек, и вектора s и вектора $Q(s)$, найденных в ЛСК для последующей триады точек). При этом на всем протяжении параболы смешения обеспечивается непрерывность первой производной, т. е. она является гладкой кривой. Для формирования парабол при этом методе необходимо, чтобы в ЛСК вторые точки в триадах задания каждой отдельной параболы обязательно располагались внутри диапазонов задания первой и третьей точек, т. е. в области задания параметров по осям r и s . Однако это требование не всегда может быть обеспечено в реальных условиях. При выходе средней точки из границ этой зоны парабола как бы «выворачивается» наизнанку, что приводит к скачкообразному изменению и ее формы (рис. 3, а), и смежных с ней участков параболической кривой (рис. 3, б),

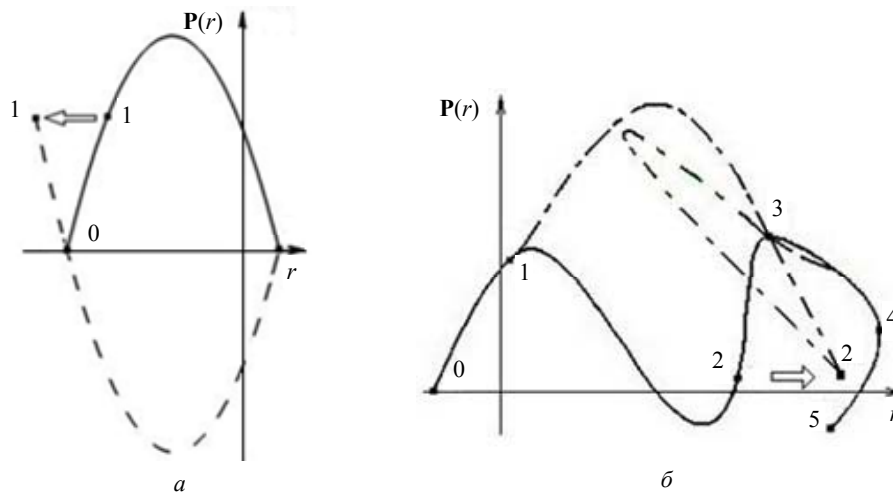


Рис. 3

что показано штриховыми линиями. Таким образом, средняя точка задания кривой меняет при редактировании свое место и оказывается крайней точкой параболы, хотя порядок задания точек не меняется. При этом часть кривой, расположенной на участке между первой и второй точками задания, прорисовывается дважды, т. е. происходит ее неоднозначное определение. Также нарушается гладкость кривой в соответствующей вершине (вершине 2). Возникающий эффект «выворачивания» при выходе средней точки триады за границы задания крайних и нарушение гладкости оказываются неожиданными для пользователя, не позволяя ему интуитивно ощущать правильность построения кривой, и их следует рассматривать как существенные недостатки метода Оверхаузера.

Кривая Бревера–Андерсона формируется на основе перемножения матриц и строится существенно быстрее кривой Оверхаузера. Однако параметры матриц, соответствующие последовательным чистым параболом, авторы вычисляют из условия расположения средней точки триады (значение ее абсциссы) точно посередине области задания абсцисс крайних точек в ЛСК. При отклонении средней точки от положения, соответствующего середине области задания точек триады для каждой отдельной параболы, гладкость смешанной кривой нарушается (первая производная претерпевает разрыв), что недопустимо, в частности при их автоматической обработке на механических устройствах. Для исключения подобных ситуаций и обеспечения непрерывности первой производной (гладкости смешанной кривой) авторы вводят специальные коэффициенты. Они вычисляются в зависимости от взаимного расположения точек каждой триады и обеспечивают дополнительную

хордовую аппроксимацию результирующей кривой. Однако для этого требуются дополнительные ресурсы памяти и времени.

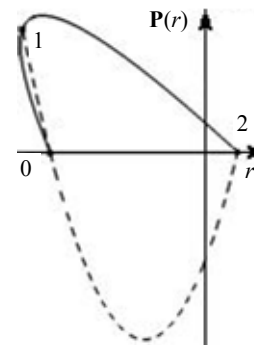


Рис. 4

Из рис. 4 видно, что независимо от положения средней точки при задании точек отдельных парабол кривая Бревера–Андерсона (сплошная линия) в сравнении с кривой Оверхаузера (штриховая) не выворачивается и остается гладкой. Свой метод авторы назвали обобщенной параболической интерполяцией с хордовой аппроксимацией.

Исключить указанные недостатки используемых методов можно за счет корректного выбора ЛСК, в которых создаются описания каждой отдельной параболы. Для этого начало каждой ЛСК необходимо привязывать не к первой точке, а к точке $P_{ср}$, расположенной точно посередине между крайними точками P_1 и P_3 триады задания каждой параболы. Ось ординат таких ЛСК должна при этом проходить через вторые P_2 (средние) точки задания соответствующей триады (рис. 5), а ось абсцисс должна лежать в плоскости, определяемой точками соответствующей триады.

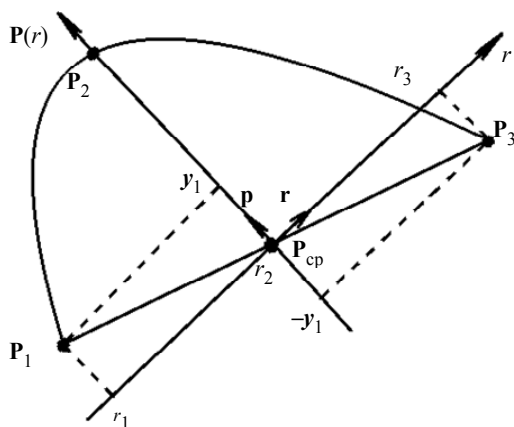


Рис. 5

Такой выбор ЛСК позволяет однозначно определять параболическую кривую на всем ее протяжении и обеспечить непрерывность первой производной без введения каких-либо дополнительных ограничений, так как вторая точка каждой триады задания параболы всегда:

1) оказывается внутри области задания крайних точек параболы (между значениями их координат по оси абсцисс в ЛСК) вне зависимости от расположения этой точки в пространстве относительно крайних точек задания;

2) находится точно в середине промежутка задания крайних точек триады.

Предлагаемый выбор ЛСК позволяет модифицировать оба рассмотренных метода – и векторный, и матричный, не накладывая на построение кривой никаких дополнительных ограничений.

Рассмотрим математическое описание предлагаемых методов.

1. Математическое описание метода параболической интерполяции с использованием векторных выражений. Определение параметров ЛСК1 первой из двух последовательных парабол (рис. 5):

– положение начала ЛСК1:

$$\mathbf{P}_{cp,1} = (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_3)/2;$$

– единичный вектор по оси ординат ЛСК1:

$$\mathbf{p} = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}) / |\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}|;$$

– единичная нормаль к плоскости параболы:

$$\mathbf{n}_1 = \frac{((\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{cp,1}) \times (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}))}{(|\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{cp,1}| \cdot |\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}|)};$$

– единичный вектор по оси абсцисс ЛСК1:

$$\mathbf{r} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{p}.$$

Определение параметров первой параболы в ЛСК1:

– обобщенное описание параболы в ЛСК1:

$$\mathbf{P}(r) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 r + \mathbf{A}_2 r^2; \quad (1)$$

– значение ординаты первой точки параболы:

$$y_1 = (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{cp,1}) \mathbf{p};$$

– значение ординаты третьей точки параболы:

$$y_3 = -y_1;$$

– значение абсциссы третьей точки параболы:

$$r_3 = (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{cp,1}) \mathbf{r},$$

– значение абсциссы первой точки параболы:

$$r_1 = -r_3.$$

Исходя из уравнения (1) и условий прохождения через все 3 заданные точки коэффициенты параболы в ЛСК1 будут равны:

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}, \mathbf{A}_1 = y_1 \mathbf{p} / r_1,$$

$$\mathbf{A}_2 = -(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}) / (r_1)^2,$$

так как при $r = r_1$:

$$\mathbf{P}(r_1) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 r_1 + \mathbf{A}_2 (r_1)^2 = y_1 \mathbf{p};$$

при $r = 0$:

$$\mathbf{P}(0) = \mathbf{A}_0 = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1};$$

при $r = r_3 = -r_1$:

$$\mathbf{P}(r_3) = \mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_1 r_1 + \mathbf{A}_2 (r_1)^2 = -y_1 \mathbf{p}.$$

Таким образом, векторное описание первой параболы в ЛСК1 представляется в виде

$$\mathbf{P}(r)|_{\text{ЛСК1}} = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{cp,1}) \left(1 - r^2 / (r_1)^2\right) + y_1 r / r_1,$$

а в глобальной системе координат (ГСК) определяется суммой трех векторов в пространстве:

$$\mathbf{P}(r)|_{\text{ГСК}} = \mathbf{P}_{cp,1} + r \mathbf{r} + \mathbf{P}(r)|_{\text{ЛСК1}} \quad \text{при } r_1 \leq r \leq r_3.$$

Это выражение используется и для построения начального участка общей кривой от точки $\mathbf{P}_1$ до $\mathbf{P}_2$ при задании параметра r в диапазоне от r_1 до 0.

В соответствии с описанием первой параболы параметры второй определяются:

– исходя из положения начала второй ЛСК2:

$$\mathbf{P}_{cp,2} = (\mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_4)/2;$$

– единичного вектора по оси ординат ЛСК2:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}) / \|\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}\|;$$

– единичной нормали к плоскости параболы:

$$\mathbf{n}_2 = \frac{((\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}) \times (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}))}{\|(\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}) \times (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2})\|};$$

– единичного вектора по оси абсцисс ЛСК2:

$$\mathbf{s} = \mathbf{n}_2 \times \mathbf{q};$$

– границ задания второй параболы в ЛСК2:

$$s_4 = -s_2 = (\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}) \mathbf{s};$$

– значения ординаты точки $\mathbf{P}_2$ параболы в ЛСК2:

$$y_2 = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}) \mathbf{q}.$$

При этом векторное описание второй параболы в ЛСК2 имеет вид

$$\mathbf{Q}(s)|_{\text{ЛСК2}} = (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_{\text{ср}, 2}) \left(1 - s^2 / (s_2)^2\right) + \mathbf{q} y_2 s / s_2,$$

а в глобальной системе координат (ГСК):

$$\mathbf{Q}(s)|_{\text{ГСК}} = \mathbf{P}_{\text{ср}, 2} + s \mathbf{s} + \mathbf{Q}(s)|_{\text{ЛСК2}} \quad \text{при } s_2 \leq s \leq s_4.$$

Это выражение используется для построения конечного участка общей кривой от точки $\mathbf{P}_{n-1}$ до $\mathbf{P}_n$ при задании параметра s в диапазоне от 0 до s_n .

Таким образом, описание смешанной параболы (см. рис. 2) представляется как

$$\mathbf{C}(t) = (1 - t/t_0) \mathbf{P}(r)|_{\text{ГСК}} + t/t_0 \mathbf{Q}(s)|_{\text{ГСК}}$$

при $0 \leq t \leq t_0 = \|\mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_3\|$,

$0 \leq r \leq r_1$, причем $r = r_1 t / t_0$;

$s_4 \leq s \leq 0$, причем $s = s_4 (1 - t/t_0)$.

По сравнению с векторным методом Оверхаузера описанный метод позволяет избежать неоднозначности, «выворачивания», скачкообразного изменения вида и нарушения гладкости формируемой параболической кривой на сегментах, где средняя точка триады либо при ее первоначальном задании, либо в результате редактирования оказывается вне промежутка задания первой и третьей точек.

2. Математическое описание метода параболической интерполяции на основе матричных вычислений. Параметрическое представление чистых парабол, проходящих соответственно через точки $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$ и $\mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3, \mathbf{P}_4$ в 3D-пространстве, в матричном виде выглядит так:

$$\mathbf{P}(r) = \begin{bmatrix} r^2 & r & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{B}] \quad \text{при } -0.5 \leq r \leq +0.5; \quad (2)$$

$$\mathbf{Q}(s) = \begin{bmatrix} s^2 & s & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{D}] \quad \text{при } -0.5 \leq s \leq +0.5, \quad (3)$$

где $[\mathbf{B}]$ и $[\mathbf{D}]$ – матрицы, параметры которых определяются положением в пространстве соответствующих точек задания.

При этом уравнение смешанной параболической кривой представляется как интерполяционная кубическая кривая:

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{A}] [\mathbf{G}] \quad \text{при } 0 \leq t \leq 1, \quad (4)$$

где $[\mathbf{A}]$ – интерполяционная матрица; $[\mathbf{G}]$ – матрица-вектор точек $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3, \mathbf{P}_4$.

Учитывая значения параметра r , соответствующее точкам задания $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ и $\mathbf{P}_3$, можно записать, что при

$$r = -0.5 \quad \mathbf{P}(-0.5) = \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{B}];$$

$$r = 0 \quad \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{B}];$$

$$r = 0.5 \quad \mathbf{P}(0.5) = \mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{B}],$$

а объединяя эти выражения, получим:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.25 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{B}] = [\mathbf{M}] [\mathbf{B}].$$

Из объединенного выражения можно вычислить значения элементов матрицы $[\mathbf{B}]$:

$$[\mathbf{B}] = [\mathbf{M}]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (2), можно сформировать начальный участок общей параболической кривой при изменении параметра r в диапазоне от -0.5 до 0 .

Аналогично значениям элементов матрицы $[\mathbf{B}]$ в соответствии с (5) определяются значения элементов матрицы $[\mathbf{D}]$:

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \\ \mathbf{P}_4 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Подставив (6) в (3), можно сформировать конечный участок общей параболической кривой от точки $\mathbf{P}_{n-1}$ до $\mathbf{P}_n$ при изменении параметра s в диапазоне от 0 до 0.5 .

На основе уравнений двух последовательных парабол (2) и (3) может быть представлено уравнение смешанной параболы:

$$C(t) = P(r)(1-t) + Q(s)t = \\ = \begin{bmatrix} r^2 & r & 1 \end{bmatrix} [B](1-t) + \begin{bmatrix} s^2 & s & 1 \end{bmatrix} [D]t. \quad (7)$$

Параметры задания этих парабол лежат в следующих пределах:

$$0 \leq r \leq 0.5; \quad -0.5 \leq s \leq 0; \quad 0 \leq t \leq 1,$$

а связь между параметрами задания чистых и смешанной парабол определяется как $r = 0.5t$; $s = 0.5(t-1)$.

Подставив в (7) значения r и s в зависимости от параметра t и значения элементов матриц $[B]$ (5) и $[D]$ (6), можно найти интерполяционную матрицу $[A]$ и привести уравнение нахождения смешанной параболы к виду (4):

$$C(t) = \\ = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5 & 1.5 & -1.5 & 0.5 \\ 1 & -2.5 & 2 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix},$$

где $0 \leq t \leq 1$.

Таким образом, предлагаемый новый метод параболической интерполяции на основе матричных вычислений оказывается достаточно простым для программной реализации. При этом для обеспечения гладкости строящейся кривой не требуется вводить в расчеты никакие дополнительные коэффициенты и ограничения, как это делается в методе обобщенной параболической интерполяции Бровера–Андерсона, где ее авторы используют нормализованную хордовую аппроксимацию, что усложняет расчеты параметров смешанной кривой.

Построение параболических кривых с использованием обоих предложенных новых методов интерполяции показывает полную идентичность сформированных с их помощью кривых. Эти кривые однозначно себя ведут и при редактировании положения в пространстве любых точек задания.

Используя представленный метод на базе матричных вычислений, можно достаточно просто обеспечить формирование параболических поверхностей $Q(t, u)$. Для этого надо взять за основу уравнение смешанной параболической кри-

вой и задавать в нем не матрицу точек P в виде столбца, а прямоугольную матрицу точек P_{ij} задающего характеристического многогранника размером $m \times n$. При этом следует домножить полученное выражение на транспонированную к интерполяционной матрице $[A]$ матрицу $[A]^T$ и использовать для управления по второй координате независимый параметр u , добавив его в конец уравнения в виде матрицы-столбца.

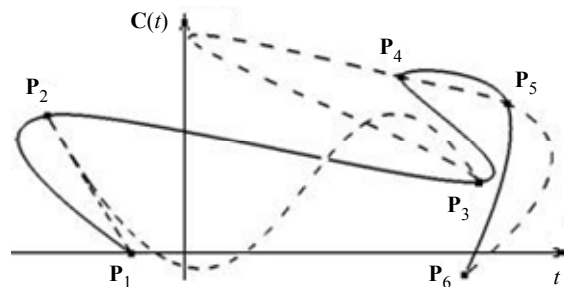


Рис. 6

На рис. 6 в качестве примера работы программ штриховыми линиями приведены варианты параболических кривых, построенных по методу Оверхаузера, а на рис. 7 – по методу Бровера–Андерсона с использованием хордовой аппроксимации на основе шести заданных точек. На этих же рисунках непрерывными линиями представлены результаты расчета с использованием предложенных методов формирования параболических кривых (кривые для обоих предложенных методов совпадают). На этих рисунках вторая точка первой триады задана вне границ задания первой и третьей точек, что приводит к существенному искажению кривой Оверхаузера в области от первой до пятой точки задания. Кривая Бровера–Андерсона несколько отличается от кривой, сформированной с помощью предложенных методов.

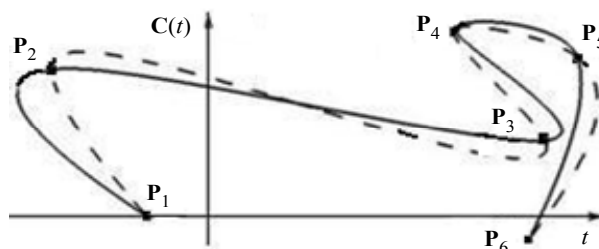


Рис. 7

В заключение в таблице приведены объемы программного кода, требуемые для реализации рассмотренных методов параболической интерполяции на языке C#.

Используемый метод	Объем кода, Кбайт
Оверхаузера	16
Бревера–Андерсона	14
На основе векторных вычислений	14
На основе матричных вычислений	11

Выводы:

1. Предложенные методы параболической интерполяции устраняют недостатки ранее используемых методов Оверхаузера и Бревера–Андерсона.

2. Для построения параболических кривых целесообразно использовать метод на основе

матричных вычислений, так как объем его программного кода меньше. Времени на построение результирующей кривой тоже требуется меньше, так как не надо проводить относительно сложные векторные вычисления или выполнять дополнительные вычислительные операции.

3. Новый метод на базе матричных вычислений позволяет легко строить, а при необходимости и предсказуемо редактировать не только параболические кривые, но и поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплаины в вычислительной математике. М.: Наука, 1976.
2. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование. М.: Физматлит, 2002. 472 с.
3. Шикин Е. В., Боресков А. В. Компьютерная графика. Полигональные модели. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. 464 с.
4. Байков В. Д., Вашкевич С. Н. Параболическая интерполяция таблично заданных гладких плоских

контуров // Применение вычислительных методов в научно-технических исследованиях / ППИ. Пенза, 1982. 113 с.

5. Overhauser A. W. Analytic Definition of Curves and Surfaces by Parabolic Blending, Tech. Rep. № SL68-40, Ford Motor Company Scientific Laboratory. May 8, 1968.

6. Brewer J. A., Anderson D. C. Visual Interaction with Overhauser Curves and Surfaces // Comp Graph. 1977. Vol. 11. P. 132–137 (SIGGRAPH 77).

Yu. T. Lyachek, A. A. Vasil'ev, V. Yu. Martinov
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

NEW METHODS OF GENERATING PARABOLIC CURVES OF OVERHAUSER

There are two new methods of the analytical formation of mixed parabolic curves that differ from currently used methods for forming such graphic elements. The proposed methods do not impose any restrictions on the location of the sequence of reference points in space relative to each other. Methods allow effectively generate and edit curves when you change the coordinates of any points specified in the sequence. The effect is reached at the expense of the appropriate choice of local coordinate systems for the mathematical description of each parabola which in total define a composite interpolation curve. Detailed mathematical descriptions for both methods of parabolic interpolation of curves – with use of vectorial expressions and on the basis of application of matrix computation are provided in operation. The examples of creation of parabolical curves calculated with use old (Overkhauser and Brevera-Anderson) and the offered methods are provided. The table of volumes of a program code, required for implementation of the considered methods of parabolic interpolation in the C# language is provided. The possibility of simple formation of parabolic surfaces on the basis of a matrix of points of its setting rectangle is shown.

Computer graphics, parabolic curves, local coordinate system, new methods of forming, vector and matrix calculation