освоения компонентов компетенций // Образование и наука. 2013. № 6. С. 47–63.

9. Кон Е. Л., Фрейман В. И., Южаков А. А. Реализация алгоритмов дешифрации результатов безусловного и условного поиска при проверке уровня освоения элементов дисциплинарных компетенций // Образование и наука. 2013. № 10. С. 17–36.

E. L. Kon, V. I. Freyman, A. A. Yuzhakov
Perm national research polytechnical university

ABOUT POSSIBILITY OF USE THE TECHNICAL DIAGNOSTICS METHODS FOR CONTROL AND AN ASSESSMENT THE BASIC EDUCATIONAL PROGRAMS DEVELOPMENT RESULTS

Possibility of use technical diagnostics methods for solution tasks of the control and estimation results of preparation high school graduates, realizing competence-based approach to higher education is analyzed. Approaches to development of the automated control and management system by quality of educational process are considered.

Technical diagnostic, testing, diagnostic algorithms, fault functions table, defects model

УДК 378.147.227

З. В. Фирсова
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Формирование профессионально важных качеств будущих инженеров при обучении математическому анализу в техническом вузе с помощью индивидуализированной системы открытых задач

Предложена система задач и способы проведения практических занятий, которые рассматриваются как необходимое средство формирования профессионально важных качеств студентов технических вузов, в частности, оригинальности мышления.

Профессионально важные качества, оригинальность мышления, средства математики, открытые задачи, мозговой штурм

Одной из задач высшего образования является формирование профессионально важных качеств (ПВК) будущих специалистов. В статье приведены варианты самостоятельных работ и способы проведения занятий, способствующих развитию ПВК, в частности, оригинальности мышления, являющегося необходимым качеством инженера в современных условиях развития научно-технического прогресса.

Приводятся задачи по темам пределы, исследование функций, интегрирование, а так же задания, включающие в себя разу несколько тем.

Составлены задачи трех уровней сложности. Одно условие сопровождается либо тремя вопросами, либо соответственно требованиями решить задачу определенным образом. Получение ответа на вопрос или выполнение определенного требования происходит на разных уровнях сложности, так как каждый из вопросов или требований имеет разный уровень сложности от первого до третьего.

Все задачи отвечают требованиям к открытым задачам – многовариантности методов решений и ответов.

Кроме того, составленные задачи отвечают некоторым требованиям решения творческих технических задач. В процессе их решения студентам приходится отвечать на вопросы входящие в метод решения технических творческих задач: возможны ли новые способы решения, возможно ли решение задачи путем упрощения или сокращения исходного выражения, что можно изменить в начальных условиях, какие компоненты можно заменить, чтобы ход решения не менялся или упрощался. В предложенных в статье задачах студенты отвечают на вышеперечисленные вопросы во время поиска функции $f(x)$.

1. Задачи на тему «Нахождение пределов».

Задача 1.1. Дан предел $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(n)}{n+1}$.

1. Подобрать $f(n)$ таким образом, чтобы предел $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(n)}{n+1}=\text{const}$.

2. Подобрать $f(n)$ таким образом, чтобы $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(n)}{n+1}=1$. Доказать, что предел равен единице, пользуясь только определением предела.

3. Подобрать $f(n)$ таким образом, чтобы предела не существовало.

Задача 1.2. Дан предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)\sin\frac{1}{x}}{\text{tg }x}$.

1. Подобрать $f(x)$ таким образом, чтобы предел существовал.

2. Подобрать $f(x)$ таким образом, чтобы была неопределенность $\left\{\dfrac{0}{0}\right\}$ и $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)\sin\frac{1}{x}}{\text{tg }x}=0$.

3. Показать, что правило Лопиталя не применимо для раскрытия неопределенности $\left\{\dfrac{0}{0}\right\}$, какая бы $f(x)$ ни была подобрана.

Задача 1.3. Дан предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[6]{x^6+6x^5}+f(x)\right)$.

1. Подобрать $f(x)$ таким образом, чтобы предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[6]{x^6+6x^5}+f(x)\right)=\infty.$

2. Подобрать $f(x)$ таким образом, чтобы предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[6]{x^6+6x^5}+f(x)\right)=0.$

3. Подобрать $f(x)$ таким образом, чтобы предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[6]{x^6+6x^5}+f(x)\right)=\text{const}\ (\neq 0).$

2. Задачи на тему «Исследование функций и построение графиков».

Задача 2.1. Дана функция $f(x)=\begin{cases}x, & (-\infty,0);\\ 1, & (0;+\infty).\end{cases}$

1. Подобрать функцию $\varphi(x)$ так, чтобы функция $g(x)=f(x)+\varphi(x)$ была непрерывной. Построить график.

2. Подобрать функцию $\varphi(x)$ так, чтобы функция $g(x)=f(x)\cdot\varphi(x)$ была непрерывной. Построить график.

3. Изменить функцию $f(x)$ в интервале $(0;+\infty)$ таким образом, чтобы $f(x)$ оставалась разрывной, а $f^2(x)$ стала непрерывной.

Задача 2.2. Построить многочлен третьей степени $P_n^3(x)$:

– имеющий два экстремума;

– не имеющий экстремумов, но имеющий точку перегиба. Если задача не имеет решения, доказать это;

– имеющий ровно 1 экстремум.

3. Задачи на тему «Интегрирование».

Задача 3.1. Дан интеграл $\int\dfrac{f(x)}{\cos x}dx$.

1. Подобрать функцию $f(x)$ и вычислить интеграл.

2. Подобрать такую функцию $f(x)$, чтобы первообразная являлась логарифмической функцией, и вычислить интеграл.

3. Подобрать такую функцию $f(x)$, чтобы для вычисления интеграла можно было использовать любые два метода интегрирования.

Задача 3.2. Дан интеграл $\int\dfrac{f(x)}{a\sin x+b\cos x+c}dx$; числа a, b, c заданы конкретными с условием, что $a\cdot b\cdot c\neq 0$.

Подобрать функцию $f(x)$ так, чтобы интеграл можно было найти, не делая стандартной в такого вида интегралах замены $\text{tg}\dfrac{x}{2}=t.$

Эта задача имеет одно условие, а степень сложности оценивается по следующим критериям:

– функция $f(x)$ подобрана таким образом, что числитель равен производной знаменателя;

– функция $f(x)$ подобрана таким образом, что числитель является линейной комбинацией знаменателя и его производной;

– к данному уровню сложности относятся решения, не включающие пункт один и два.

Задача 3.3. Дан интеграл $\int\limits_0^{\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}(x^2+1)}dx.$

Подобрать функцию $f(x)$, чтобы:

– интеграл сходился;

– не меняя подынтегральную функцию $f(x)$, заменить один из сомножителей знаменателя так, чтобы интеграл стал расходящимся;

– выполнить задание второго уровня сложности так, чтобы старшая степень знаменателя осталась прежней.

4. Задачи, включающие в себя сразу несколько тем по математическому анализу.

Задача 4.1. Придумать непрерывную знакопостоянную функцию $f(x)$ в произвольном промежутке $[a, b]$, где $b > a + 2$. Функция $\varphi(t)$ есть площадь области, ограниченной осью абсцисс, заданной кривой $f(x)$ и прямыми $x = t,\ x = t + 1$.

1. Исследовать функцию $\varphi(t)$ на экстремум.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения $\varphi(t)$ в промежутке $[a, b]$.

3. Построить график функции $\varphi(t)$.

Задача 4.2. Степень сложности этой задачи определяется в зависимости от сложности предложенных решений.

Дан предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\int\limits_0^x e^{-t^2}dt - x}{f(x)}$.

Подобрать тремя способами знаменатель $f(x)$ так, чтобы предел по очереди был равен: $0,\ \infty,\ \text{const} \neq 0$.

Задание может быть выполнено тремя способами:

1. Решен один из вариантов.

2. Решено два или три варианта, но знаменатель во всех случаях есть степенная функция от x.

3. Решены три варианта, и хотя бы один из знаменателей не является степенной функцией от x.

Комплект задач может быть составлен по всем основным темам математического анализа, что обеспечивает наиболее полное соответствие требованию – формированию ПВК в течение обучения на первом курсе технического вуза. Решение таких задач способствует развитию чисто математических умений – более полному пониманию способов нахождения предела, характеристик функций, методов интегрирования.

Практика предыдущих лет показала, что самостоятельные работы, содержащие задачи приведенных выше типов и вариативность их решений, в большой степени зависят от сопровождающего обсуждения с преподавателем. Обсуждение как простых, так и более сложных решений разных задач способствует более качественному, с точки зрения оригинальности, выполнению самостоятельных работ.

Поскольку открытые задачи имеют несколько путей решения, среди которых возможны как простые, «лежащие на поверхности», так и более сложные, поиск решений охватывает большой объем информации. Обычно большинство студентов решают задачи именно способами, «лежащими на поверхности», не задумываясь о поиске возможных новых, оригинальных решений. Поэтому мы предлагаем проводить занятия, используя метод «мозгового штурма» – метод решения проблемы на основе стимулирования творческой активности. Для этого обычно создают две группы и предлагают студентам высказывать как можно больше вариантов решения поставленной преподавателем задачи. Затем из общего числа высказанных идей отбирают наиболее удачные.

На первом этапе преподавателем ставится четко сформулированная задача. На втором этапе происходит генерация идей. На третьем этапе под руководством преподавателя происходит отбор и оценка идей и вариантов решений поставленной задачи, что позволяет выделить наиболее ценные идеи.

Приведенные далее варианты занятий, рассмотренные на них задачи и теоретические вопросы, конечно, не охватывают всех изучаемых в университете тем, поэтому рассмотрим занятия по основным темам, которые включаются в самостоятельные работы. Комплект этих задач должен вовлекать большинство студентов в поиск разнообразных решений, подготавливая их к самостоятельному поиску и принятию оригинальных, необычных решений в их будущей деятельности.

Перед самостоятельной работой по изученной теме математического анализа необходимо вынести на обсуждение 1–2 задачи на соответствующую тему. Задачи могут быть как схожие с теми, что включены в самостоятельную работу, так и рассчитанные на самостоятельный поиск решений и ответов на несколько другие постановки вопросов, например: дать определение, доказать что-либо и т. д.

Студентам предлагаются аудиторные занятия, предшествующие выдаче самостоятельных работ, по соответствующей теме, используя: 1) метод проблемного обучения, в котором устный монолог преподавателя, активизирует продуктивную мыслительную деятельность путем создания у обучающихся проблемной ситуации или проблемных ситуаций [1]; 2) метод эвристического диалога, при котором организация процесса обучения происходит в виде вопросов–ответов, когда вопрос имеет проблемный характер, а ответ является результатом активного аналитического поиска под руководством преподавателя; 3) занятия с обсуждением целой серии взаимосвязанных проблемных вопросов; 4) метод «мозгового штурма» с вовлечением в обсуждение задач и решений максимального количества студентов, что достигается включением и простых вопросов и задач, решение которых доступно самым слабым студентам.

Рассмотрим далее проблему формирования ПВК будущих инженеров в образовательном аспекте, учитывая, что одной из важнейших задач образования является развитие оригинального творческого мышления.

Для этого во-первых, преподаванием должен быть обеспечен творческий подход к изучению математики в высшей школе, а следовательно, необходимо придерживаться определенной стратегии обучения. Как пишет Зеер [2], сейчас различают две стратегии образования:

– как процесса освоения определенного стандартизированного содержания в форме знаний, умений, навыков;

– как непрерывного процесса развития личности.

Ориентация только на достижение результата учения превращает его в простое заучивание материала без овладения способами его анализа и преобразования [3. С. 275]. «Натаскивание на результат» – так определяют существо многих современных технологий, ориентированных на сдачу тестов.

В противовес этому в книге М. А. Чошанова [4] обосновывается главная цель изучения математики, решения задач и доказательства теорем: не просто получить правильный опыт, а стимулировать процессы поиска решений, обмена математическими идеями, аргументации того или иного способа решения.

В современной действительности становится все более востребованной способность не просто грамотно решать типовые задачи, а искать и находить для них новые решения, ставить новые задачи [5]. Это качество личности – важный показатель творческого развития человека, а значит, и залог его успешного взаимодействия с окружающим миром.

Переход от наглядного, чисто интуитивного восприятия к строгим формулировкам, даже попытки такого перехода под руководством преподавателя развивают оригинальное мышление.

В дидактической системе вопросы развивающего обучения всегда занимали центральное место. В частности, А. Дистервег создал дидактику развивающего обучения, суть которой в том, что учитель не должен сообщать учащимся истины в готовом виде. Он должен организовать учебный процесс так, чтобы открытие истин стало результатом содеятельности учителя и ученика [3. С. 197]. На первый взгляд может показаться, что это неприменимо к изучению высшей математики студентами. Однако и здесь есть множество фактов, доступных для их установления на интуитивном уровне некоторыми, а иногда и большинством студентов.

Рассмотрим вариант аудиторного занятия под руководством преподавателя.

Занятие 1. Тема «Исследование функций». Изучение непрерывных функций можно начать с интуитивного представления о них, а затем перейти к попытке самостоятельно дать нужные определения и обнаружить некоторые свойства этих функций. Например, на доске можно построить графики четырех функций:

$f(x) = x;$

$f(x) = x^{-1} \cdot |x|;$

$f(x) = x^{-1};$

$f(x) = x^{-1} \cdot x.$

I этап обсуждения. Первый вопрос преподавателя к студентам: какие из этих функций назовем непрерывными. По поводу первой, второй и третьей функций студенты единогласно дают правильные ответы. По поводу четвертого примера основная масса студентов воздерживается. Здесь нужно дать объяснение: если функция в точке не определена, то терпит в ней разрыв.

II этап обсуждения:

а) студентам предлагается самостоятельно дать определение непрерывности функции в точке. После их рассуждений необходимо прийти к строгому определению непрерывности функции в точке и в области. Если это происходит в большой аудитории, при большом количестве студентов, имеет смысл дать классификацию точек разрыва, а затем предложить студентам самостоятельную работу на тему «Свойства непрерывных функций», которые им кажутся более или менее очевидными на интуитивном уровне;

б) если же изучение свойств непрерывных функций происходит в небольшой аудитории, можно дальше провести подобие «мозгового штурма» [6. С.15]. Для этого студенты делятся на две группы. Им дается время на обдумывание вопроса о свойствах непрерывных функций. Затем кто-нибудь из первой группы выдвигает свое утверждение. После этого студенты из второй группы соглашаются или критикуют его, выдвигают свои предложения по решению этой задачи.

В зависимости от общего уровня развития студентов можно либо не давать никаких подсказок, либо обратить внимание на то, что можно рассматривать различные действия с непрерывными функциями, а также на особенности функции, непрерывной в некотором замкнутом промежутке.

Надо отметить, что студенты позитивно относятся к такого рода занятиям и лекциям. После такого занятия доказательства основных положений теории почти не вызывает затруднений и материал усваивается лучше.

Как отмечено в [7. С. 232], занятия, проводимые в таких активных формах, характеризуются следующими отличительными особенностями:

– реальное вовлечение учащихся в процесс;

– самостоятельная творческая выработка решений;

– повышение степени мотивации и эмоциональности учащихся;

– постоянное взаимодействие студентов и преподавателей.

Следствием вышеизложенного является активизация деятельности, способствующая формированию оригинальности мышления.

Приведем другие примеры занятий, вовлекающих всех студентов в активный процесс и также сходных по сути с «мозговым штурмом».

Занятие 2. Тема «Пределы».

Задание 1:

1. Группа 1 должна придумать предел с неопределенностью вида $\left\{1^{\infty}\right\}$, зная, что он равен конкретному числу, например, 6.

2. Группа 2 должна придумать предел с неопределенностью вида $\left\{\infty - \infty\right\}$, зная, что он равен конкретному числу, например, 1.

Каждая группа решает примеры, придуманные другой группой.

Знание ответа усложняет процесс решения задачи. В данном случае составление задачи ведет к дополнительным рассуждениям, которые охватывают все изученные по пределам темы.

Следующее задание должно быть более простым, что поддержит моральный уровень части более слабых студентов.

Задание 2. Найти $f(x)$ с условием, чтобы равенство было верным:

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{(e^{x^2}-1)\sin 5x}=1.$$

Занятие 3. Тема «Исследование функций и построение графиков функций». Группа делится на две части. Преподавателем ставится задача, и каждая группа должна через некоторое время сформулировать свой ответ:

– подобрать функцию, имеющую хотя бы одну вертикальную асимптоту. Обычно основная масса предлагает $f(x)=\left(x-a\right)^{-1}$. Если других предложений нет, преподаватель предлагает еще какую-либо функцию, например: $f(x)=\ln\left|x-a\right|$;

– теперь требуется домножить данную функцию на какую-либо другую или прибавить к ней следующую функцию таким образом, чтобы кроме вертикальной появилась еще и наклонная (или частный случай – горизонтальная) асимптота;

– строим совместно с преподавателем графики двух-трех функций, полученных в первом и втором пунктах.

Предлагается следующее задание – придумать функцию:

1) имеющую один экстремум в заданной точке и не имеющую ни одной точки перегиба;

2) имеющую одну точку перегиба и не имеющую ни одного экстремума.

Эти задачи можно дополнить требованием – придуманные функции не должны быть многочленами.

Эксперимент показал, что по заданию 1 даже самые слабые студенты предлагают решение. Обычный вариант – это парабола с вершиной в точке экстремума.

Варианты решения 1-й задачи:

а) $f(x)=\begin{cases}\text{const}, (-1;\ 1),\\ |x|, (-\infty;\ -1]\cup[1;\ +\infty);\end{cases}$

б) $f(x)=\begin{cases}\text{const}, (-1;\ 1),\\ |\sin x|, (-\infty;\ -1]\cup[1;\ +\infty).\end{cases}$

Вариант решения 2-й задачи:

$$f(x)=\begin{cases}\text{const}, (-1;\ 1),\\ \sin x, (-\infty;\ -1]\cup[1;\ +\infty).\end{cases}$$

Исследование функций. *Задача для всей группы студентов*. Числовая ось разбита на две части $(-\infty;\ a]$ и $(a;\ +\infty)$. Придумать функцию $f(x)$, аналитически заданную по-разному на этих участках. Построить график.

Далее даются отдельные задания для одной и второй половины группы:

1. Функция $f(x)$ не является непрерывной, но всюду ограничена.

2. Функция $f(x)$ дифференцируема и имеет как можно больше экстремумов.

Вопросы, которым следует уделить внимание в процессе составления задач студентами: существуют ли ограничения на типы разрывов, какова классификация точек разрыва.

Наиболее интересные, с точки зрения преподавателя, решения выносятся на обсуждение всей группы.

Вариант решения задачи 1. Решение наиболее интересно, когда ограниченная функция имеет разрыв второго рода:

$$f(x)=\begin{cases}1, (-\infty;\ 0];\\ \sin\frac{1}{x}, (0;\ +\infty).\end{cases}$$

Вариант решения задачи 2:

$$f(x)==\begin{cases}x, (-\infty;\ 0];\\ \sin x, (0;\ +\infty).\end{cases}$$

Данная функция имеет бесчисленное множество экстремумов.

Занятие 4. Тема «Интегрирование». Занятие проводится после изучения основных методов интегрирования.

Вначале можно предложить студентам всей группы примеры, которые проще решаются нестандартным для данного конкретного типа методом.

Пример 1. Дан интеграл $\int\frac{2e^x+1}{e^x+1}dx$. Стандартный метод решения для этого вида интеграла – замена $e^x=t$. В результате такой замены получается рациональная дробь, которую надо разложить на простейшие и найти интеграл.

После этого студентам предлагается использовать другую возможность для решения: разбить подынтегральную функцию на два слагаемых так, чтобы интеграл можно было сразу найти.

Пример 2. Дан интеграл $\int\frac{dx}{x(x^2+1)}$. Вычислите его.

Преподаватель обсуждает со студентами различные методы нахождения данного интеграла и демонстрирует многовариантность подходов к поиску методов вычисления этого интеграла.

Сначала напрашивается и все применяют разложение дроби на простейшие.

После этого студентам предлагается сделать замену переменной интегрирования так, чтобы задача упростилась. Большинство студентов предлагают замену $\text{tg}\ x=t$:

$$\int\frac{dx}{x(x^2+1)}=\int\frac{d\ \text{tg}\ t}{\text{tg}\ t(\text{tg}^2\ t+1)}=\int\frac{\cos t\ dt}{\sin t}=\ln\left|\sin \text{tg}\ x\right|+c.$$

Далее студентам предлагается найти варианты, с помощью которых можно вычислить интеграл. Можно домножить числитель и знаменатель на x:

$$\int\frac{dx}{x(x^2+1)}=\int\frac{x\,dx}{x^2(x^2+1)}=\frac{1}{2}\int\frac{dx^2}{x^2(x^2+1)}\ .$$

Затем дробь раскладывается на простейшие еще более легким способом.

Также нужно рассмотреть следующее преобразование подынтегрального выражения, которое упрощает вычисление интеграла, поскольку при его использовании нет необходимости раскладывать дробь на простейшие:

$$\int\frac{dx}{x(x^2+1)}=\int\frac{x\,dx}{x^2\left(1+\left(\frac{1}{x}\right)^2\right)}=$$

$$=-\int\frac{d\frac{1}{x}}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}=-\text{arctg}\frac{1}{x}+c.$$

Далее студентам предлагается обобщить преобразование на интегралы вида

$$\int\frac{dx}{x(x^n+1)}=\frac{1}{n}\int\frac{dx^n}{x^n(x^n+1)}.$$

Занятия с использованием «мозгового штурма» значительно повышают качество выполненных самостоятельных работ еще и потому, что дают представление о самостоятельном поиске решения при отсутствии типологической задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никитина Н. Н., Железнякова О. М., Петухов М. А. Основы профессионально-педагогической деятельности. М.: Мастерство, 2002.

2. Зеер Э. Ф. Психология профессионального развития: учеб. пособие для студентов вузов. М.: Академия, 2006.

3 Чапаев Н. К., Верещагина И. П. Философия и история образования: учеб. М.: Академия, 2013.

4. Чошанов М. А. Дидактика и инженерия. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.

5. Батищев Г. С. Введение в диалектику творчества. СПб.: РХГИ, 1997.

6. Чернышев А. Основы инженерного творчества в дипломном проектировании и магистерских диссертациях. М.: Высш. шк., 2008.

7. Блинов В. И., Виненко В. Г., Сергеев И. С. Методика преподавания в высшей школе: учеб.-практ. пособие. М.: Юрайт, 2013.

Z. V. Firsova

Saint-Petersburg state electro technical university «LETI»

FORMATION OF PROFESSIONALLY IMPORTANT QUALITIES FUTURE ENGINEERS IN TRAINING MATHEMATICAL ANALYSIS IN TECHNICAL UNIVERSITIES USING INDIVIDUALIZED SYSTEM OF OPEN TASKS

Proposed system problems, which are regarded as a necessary means of professionally important qualities of students of technical universities, in particular, such as the quality of original thinking.

Professionally important qualities (PIQ), originality of thinking, means of mathematics, open problems, brain storm