УДК 681.513.6

В. В. Путов, А. В. Путов, К. В. Игнатьев, М. М. Копычев, Нгуен Тиен Тханг
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

О работоспособности адаптивных систем управления нелинейными механическими объектами, построенными по их упрощенным моделям, с мажорирующими функциями

Рассматриваются некоторые вопросы теоретического обоснования адаптивных систем с мажорирующими функциями для управления многостепенными нелинейными механическими объектами. А именно, доказывается диссипативность локальной адаптивной системы управления степенью подвижности нелинейного механического объекта, в адаптивном законе и регуляризованных алгоритмах параметрической настройки которой неизвестные нелинейные функции бесконечного роста, характеризующие описание объекта, заменены мажорирующими стенными функциями второго порядка. Отмечается, что применение в этом случае адаптивного закона с регуляризованными интегральными алгоритмами параметрической настройки, работоспособными в случае линейного объекта, не обеспечивают диссипативности решений рассматриваемого нелинейного механического объекта ни при каком выборе параметров алгоритмов настройки.

Многостепенные нелинейные механические объекты, локальные адаптивные системы со степенными мажорирующими функциями второго порядка, теоретическое обоснование работоспособности (диссипативности в целом) локальной адаптивной системы управления степенью подвижности нелинейного механического объекта

В условиях сложности, нелинейности и неопределенности математического описания многостепенных механических объектов с повышенными требованиями к динамической точности траекторного движения, таких как многокоординатные металлообрабатывающие станки, лазерные технологические комплексы, манипуляторы промышленных и специальных роботов, космические, воздушные, наземные или морские подвижные объекты различного назначения, целесообразно решать проблемы управления ими в рамках адаптивного подхода. При этом наиболее подходящими для управления динамическими объектами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, являются беспоисковые (аналитические) адаптивные системы, принципиально рассчитанные на функционирование в реальном времени [1], [2]. Однако большинство известных беспоисковых методов рассчитано лишь на адаптацию динамики объектов к их параметрической неопределенности и требуют для построения работоспособных адаптивных алгоритмов точного знания нелинейного описания многостепенных механических объектов [3].

Одним из методов построения беспоисковых адаптивных систем управления нелинейными динамическими объектами, допускающих неопределенность не только параметров, но и вида нелинейных функций, описывающих адаптируемый объект, является метод мажорирующих функций, разработанный в [4] и кратко изложенный, например, в [5]. В [6], в частности, рассмотрены вопросы применения метода мажорирующих функций к построению адаптивных систем управления многостепенными жесткими нелинейными механическими объектами, описываемыми дифференциальными уравнениями Лагранжа, разрешенными относительно обобщенных ускорений степеней подвижности. При построении таких адаптивных систем допускается параметрическая и функциональная неопределенность математических моделей механических объектов, а в адаптивных законах управления и алгоритмах настройки их параметров неизвестные нелинейные функции бесконечного роста (относительно переменных состоя-

ния) заменяются мажорирующими степенными функциями по этим переменным.

В настоящей статье рассмотрим некоторые вопросы теоретического обоснования работоспособности (диссипативности) построенных в [6] адаптивных систем управления жесткими многостепенным нелинейными механическими объектами.

Обоснование работоспособности адаптивной системы управления с мажорирующими функциями для обобщенного нелинейного объекта. В [6] рассматриваются вопросы построения полных и упрощенных адаптивных систем управления с мажорирующими функциями, решающих задачи локального, развязывающего и взаимосвязанного адаптивного управления классом многостепенных нелинейных механических объектов с неопределенным описанием. При этом указывается, что если нелинейная и нестационарная собственная динамика степеней подвижности многостепенных объектов и сильные взаимосвязи вносят значительный вклад в неустойчивость объектов, а при постановке задачи управления решающим является требование обеспечения устойчивости системы во всех режимах работы и исполнительные приводы степеней подвижности обладают значительным запасом ресурсов, тогда целесообразно решать задачу управления в рамках локальных адаптивных систем управления с мажорирующими функциями старших (вторых) степеней, как наиболее просто реализуемых.

В связи с вышесказанным главный интерес представляет теоретическое обоснование работоспособности локальной адаптивной системы с мажорирующими функциями для общего случая описания динамики степени подвижности нелинейного механического объекта, так как оно обосновывает правомерность выбора направления в построении и исследовании эффективности общих случаев взаимосвязанных адаптивных систем с мажорирующими функциями для нелинейных многостепенных механических объектов.

Итак, рассмотрим теоретическое обоснование правомерности метода мажорирующих функций для некоего обобщенного нелинейного и нестационарного объекта второго порядка вида

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= y; \\ \dot{y} &= ax + by + p(x, y, t)x^2 + q(x, y, t)xy + \\ &+ r(x, y, t)y^2 + u^a + u^0(t). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Объект (1), в частности, может служить описанием локальной динамики выделенной степени подвижности обобщенного взаимосвязанного нелинейного нестационарного механического объекта, состоящего из систем шарнирно связанных твердых тел, но при этом математическое описание обобщенного объекта (1) шире, чем математическая модель одной степени подвижности его физического прототипа, так как содержит квадрат обобщенной координаты x^2 и произведение xy обобщенной координаты и обобщенной скорости, что позволяет полнее выявить закономерности поведения адаптивных систем управления классом таких объектов. С другой стороны, коэффициенты при первых степенях обобщенных переменных приняты постоянными, что, не снижая общности полученных результатов, позволяет сосредоточиться на исследовании влияния нелинейных членов правых частей обобщенного объекта (1).

Построим адаптивную систему управления объектом (1) со степенными мажорирующими функциями по методике, изложенной в [6].

Она содержит эталонную модель

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_M &= y_M; \\ \dot{y}_M &= Ax_M + By_M + u^0(t), \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

а также закон адаптивного управления (закон основного контура)

$$u^a = \tau_1(t)x^2 + \tau_2(t)y^2 \quad (3)$$

с алгоритмами настройки двух параметров адаптивного закона τ_1 и τ_2 в виде следующих дифференциальных следующих уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\tau}_1(t) &= -\gamma_1 d(t)x^2 - \alpha_1\tau_1(t); \\ \dot{\tau}_2(t) &= -\gamma_2 d(t)y^2 - \alpha_2\tau_2(t); \\ d(t) &= p_1(x - x_M(t)) + p_2(y - y_M(t)), \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

построенных с привлечением мажорирующих степенных функций второго порядка.

В выражениях (1)–(4) $p(.)$, $q(.)$, $r(.)$ – любые ограниченные функции при $(x, y) \in R^2$; $t \geq t_0$; a, b, t_0 – любые постоянные вещественные числа; $A<0$, $B<0$, $\gamma_1>0$, $\gamma_2>0$, $\alpha_1>0$, $\alpha_2>0$, $p_1>0$, $p_2>0$ – некоторые постоянные; программное управление $u^0(t)$ удовлетворяет неравенству $|u^0(t)| \leq m$; $m>0$, $|\cdot|$ – обозначение модуля функции.

Докажем следующее утверждение.

Утверждение. Все траектории адаптивной системы управления с эталонной моделью (2), адаптивным законом (3) и алгоритмами параметрической настройки (4) со степенными мажорирующими функциями для обобщенного нелинейного нестационарного объекта второго порядка вида (1) равномерно ограничены в целом.

Доказательство. Так как эталонная модель (2) гурвицева, а $u^0(t)$ – ограничено, то решения эталонной модели (2) всегда ограничены. Поэтому выражение $d(t)$ из (4) можно переписать в виде

$$d(t) = x + y + \Phi(x_M, y_M, u^0(t));$$
$$|\Phi(t)| < M = \text{const}, \ t \ge t_0,$$

где $\Phi(t)$ – любая ограниченная функция.

Потребуем также, чтобы числовые значения коэффициентов γ_i, α_i, p_i, $i = 1, 2$, не влияли на качественное поведение адаптивной системы, поэтому можно принять их все равными $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha_1 = \alpha_2 = p_2 = p_2 = 1$.

Таким образом, качественное поведение адаптивной системы (1)–(4) будет эквивалентно поведению нелинейной нестационарной системы вида

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= y; \\ \dot{y} &= ax + by + p(x, y, t)x^2 + q(x, y, t)xy + \\ &+ r(x, y, t)y^2 + \tau_1 x^2 + \tau_2 y^2 + u^0(t); \\ \dot{\tau}_1 &= -x^2(x + y + \Phi(t)) - \tau_1; \\ \dot{\tau}_2 &= -y^2(x + y + \Phi(t)) - \tau_2, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где функции $p = p(x, y, t)$, $q = q(x, y, t)$, $r = r(x, y, t)$, $\Phi(t)$ такие, что система (5) определена во всем R^4 и ее область определения является областью единственности.

Покажем ограниченность решений системы (5), которая означает, что нет решений, уходящих в бесконечность при $t \to T$ или $t \to \infty$, $T > t_0$. Будем рассматривать решения, уходящие в бесконечность вдоль произвольного луча с параметрическим уравнением в R^4 вида

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{\tau_1}{w_1} = \frac{\tau_2}{w_2} = \frac{1}{z},$$

где $1/z$ – параметр; u, v, w_1, w_2 – направляющие коэффициенты. Эти коэффициенты определяются с точностью до общего ненулевого множителя, поэтому один из них всегда можно считать равным единице (если он ненулевой) или нулю.

1. Рассмотрим луч

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{u} = \frac{\tau_1}{v} = \frac{\tau_2}{w} = \frac{1}{z}.$$

Сделаем замену переменных, приняв

$$x = \frac{1}{z}; \ y = \frac{u}{z}; \ \tau_1 = \frac{v}{z}; \ \tau_2 = \frac{w}{z},$$

где z, u, v, w – новые переменные, вводимые вместо x, y, τ_1, τ_2.

Отметим, что при $z = 0$ получаем бесконечно удаленную точку в пространстве решений системы (5).

Для новых переменных получаем систему

$$\left.\begin{aligned} \dot{z} &= -uz; \\ \dot{u} &= \frac{1}{z^2}(az^2 + buz^2 + pz + quz + ru^2z + v + \\ &+ wu^2 - u^2z^2 + u^0(t)z^3); \\ \dot{v} &= -\frac{1}{z^2}(1 + u + uvz^2 + vz^2 + z\Phi(t)), \\ \dot{w} &= -\frac{1}{z^2}(u^2 + u^3 + uwz^2 + u^2z\Phi(t) + wz^2). \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Введем в каждом решении собственное время π по формуле

$$d\pi = \frac{dt}{z^2}. \quad (7)$$

Так как $1/z^2 > 0$, кроме $z = 0$ и $z = \infty$, то монотонность и направление нового времени сохраняются.

В новом времени получим

$$\left.\begin{aligned} \frac{dz}{d\pi} &= -uz^3; \\ \frac{du}{d\pi} &= v + u^2w - u^2z^2 + az^2 + buz^2 + pz + quz + \\ &+ ru^2z + u^0(t)z^3); \\ \frac{dv}{d\pi} &= -1 - u - uvz^2 - vz^2 - z\Phi(t)); \\ \frac{dw}{d\pi} &= -u^2 - u^3 - uwz^2 - wz^2 - u^2z\Phi(t). \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Система (7), (8) всегда имеет решение $z = 0$. В силу единственности преобразования решения

исходной системы (5) могут уходить в бесконечность только через состояния равновесия (8).

Полагая $z = 0$, для этих точек из системы (8) получаем

$$v + u^2 w = 0;\ 1 + u = 0;\ u^2(1+u) = 0$$

или

$$z = 0;\ u = -1;\ v = v_0;\ w = -v_0,$$

где v_0 – произвольная постоянная.

Введем отклонения в окрестности нуля по формулам

$$u = U - 1;\ v = V + v_0;\ w = W - v_0;\ z = z.$$

Из первого уравнения системы (6) получим с учетом (7)

$$\frac{dz}{d\pi} = (1-U)z^3,$$

или в окрестности рассматриваемой точки будет

$$\frac{dz^2}{d\pi} = (1-U)z^4 > 0,$$

что несовместимо с условием $z^2 \to 0$ при $\pi \to \infty$. Следовательно, через указанную точку нет выхода в бесконечность.

2. Теперь рассмотрим луч

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{1} = \frac{\tau_1}{v} = \frac{\tau_2}{w} = \frac{1}{z}.$$

Преобразованием

$$x = \frac{u}{z};\ y = \frac{1}{z};\ \tau_1 = \frac{v}{z};\ \tau_2 = \frac{w}{z}.$$

После введения нового времени по формуле (7) система (5) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dz}{d\pi} = -auz^3 - bz^3 - pu^2z^2 - quz^2 - rz^2 - \\
&\qquad -u^2vz - wz - u^0(t)z^4; \\
&\frac{du}{d\pi} = z^2 - au^2z^2 - buz^2 - pu^2z - qu^2z - \\
&\qquad -ruz - u^3v - uw - u^0(t)uz^3; \\
&\frac{dv}{d\pi} = -u^3 - u^2 - u^2z\Phi(t) - vz^2 - auvz^2 - \\
&-bvz^2 - pu^2vz - quvz - rvz - u^2v^2 - vw - u^0(t)vz^3; \\
&\frac{dw}{d\pi} = -u - 1 - z\Phi(t) - wz^2 - auwz^2 - bwz^2 - \\
&-pu^2wz - quwz - rwz - u^2vw - w^2 - u^0(t)wz^3.
\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

При $z = 0$ получаем для состояний равновесия

$$u(u^2v + w) = 0;$$
$$u^2(u+1) + v(u^2v + w) = 0;$$
$$u + 1 + w(u^2v + w) = 0.$$

Отсюда $u = -1; v = v_0; w = -v_0$, где v_0 – произвольная постоянная.

Уравнение особого луча будет

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{\tau_1}{-v_0} = \frac{\tau_2}{v_0},$$

а такой луч у нас уже рассмотрен в случае 1.

3. Аналогичным образом рассматриваются лучи

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{\tau_1}{1} = \frac{\tau_2}{w} = \frac{1}{z};\ \frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{\tau_1}{w} = \frac{\tau_2}{1} = \frac{1}{z}$$

и показывается, что вдоль этих лучей нет выхода в бесконечность, т. е. для преобразованных систем уравнений типа (8) или (9) состояния равновесия $z = 0$ при $\pi \to +\infty$ не являются устойчивыми.

Таким образом, ограниченность решений адаптивной системы (2)–(4) обобщенным нелинейным объектом доказана.

Замечание. По существу, доказана диссипативность (не экспоненциальная) решений адаптивной системы (1)–(4) в целом, равномерная по множеству решений эталонной модели $x_M(t)$, $y_M(t)$, но без построения предельного множества в силу того, что нельзя воспользоваться функцией Ляпунова [7].

Итогом всего сказанного может стать следующее.

1. Получен важный результат теоретического обоснования диссипативности в целом, т. е. существование в рамках локальной адаптивной системы со степенными мажорирующими функциями вида (2)–(4) предельного множества сходимости решений нелинейного и нестационарного механического объекта с неопределенным описанием вида (1) к программным траекториям, задаваемым асимптотически устойчивой линейной стационарной эталонной моделью (2).

2. Можно показать, что структура построенной локальной адаптивной системы вида (2)–(4) со степенными второго порядка мажорирующими функциями не является избыточной в том смысле, что замена в (2)–(4) адаптивного закона (3) на адаптивный закон вида

$$u^a = \tau_1(t)x + \tau_2(t)y \quad (10)$$

и алгоритмов настройки (3) на алгоритмы (известные интегральные алгоритмы параметрической настройки регуляризованные обратными связями по настраиваемым параметрам [1]) вида

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\tau}_1(t) &= -\gamma_1 d(t)x - \alpha_1\tau_1(t); \\
\dot{\tau}_2(t) &= -\gamma_2 d(t)y - \alpha_2\tau_2(t); \\
d(t) &= p_1(x - x_M(t)) + p_2(y - y_M(t)),
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

уже не обеспечивает диссипативности решений адаптируемого объекта (1) ни при каком выборе параметров алгоритмов настройки (10), хотя известно [1], что адаптивная система (2), (10), (11) обеспечивает диссипативность *линейного* нестационарного в общем случае объекта второго порядка с неопределенными параметрами вида

$$\dot{x} = y;$$

$$\dot{y} = a(t)x + b(t)x + u^a + u^0(t),$$

для любых непрерывных вещественных функций $a(t), b(t)$ при условии, что скорости их изменения во времени ограничены по модулю [1], т. е.

$$|\dot{a}(t)| < a;\ |\dot{b}(t)| < b;\ a > 0;\ b > 0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.
2. Андриевский Б. Р., Стоцкий А. А., Фрадков А. Л. Алгоритмы скоростного градиента в задачах управления и адаптации. Обзор // Автоматика и телемеханика. 1988. № 12. С. 3–39.
3. Slotine J. J. E., Li W. On the adaptive control of robot manipulatios // Int. J. Of Robotics Rresearch. 1987. Vol. 6, № 3. P. 49–59.
4. Путов В. В. Методы построения адаптивных систем управления нелинейными нестационарными динамическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью: дис. … д-ра техн. наук / СПбГЭТУ. СПб., 1993. 590 с.
5. Путов В. В., Шелудько В. Н. Новый подход в построении беспоисковых адаптивных систем управления нелинейными динамическими объектами с неопределенным описанием // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ» Сер. Автоматизация и управление. 2008. Вып. 4. С. 37–50.
6. Путов В. В., Лебедев В. В., Путов А. В. Адаптивные системы управления многостепенными жесткими нелинейными механическими объектами, построенные по их упрощенным моделям с мажорирующими функциями // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 10. С. 49–55.
7. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод в теории устойчивости. М.: Мир, 1988. 300 с.

V. V. Putov, A. V. Putov, K. V. Ignatiev, M. M. Kopichev, Nguen Tien Txang

Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

ABOUT PERFORMANCE OF ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS OF NONLINEAR MECHANICAL OBJECTS, BUILT UPON SIMPLIFIED MODELS WITH MAJORIZED FUNCTIONS

Some questions of theoretical basis of adaptive systems management functions majorizing multistage nonlinear mechanical objects. Proved dissipative local adaptive control system degree of mobility of the nonlinear mechanical object in the adaptive law and regularized parametric tuning algorithms. It is noted that in this case the use of an adaptive law with the regularized integral algorithms parametric tuning operable in case of a linear object, do not provide dissipativeness solutions of the nonlinear mechanical object for any choice of parameters tuning algorithms.

Multistage nonlinear mechanical objects, local adaptive systems with exponential majorizing functions of the second order, the theoretical justification of efficiency (dissipativeness in general) local adaptive control system degree of mobility of the nonlinear mechanical object