



УДК 681.513.5:621.311

Н. Д. Поляхов, Ха Ань Туан

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Управление техническими объектами на основе безынерционной параметрической адаптации

Представлен новый алгоритм управления техническим объектом с ограниченной неопределенностью на основе безынерционной параметрической адаптации. Алгоритм синтезирован методом функций Ляпунова. Исследование моделированием в среде MatLab/Simulink выполнено на примере управления динамикой синхронного генератора.

### Адаптивное управление, параметрическая адаптация, синхронный генератор

В управлении техническими объектами с ограниченной неопределенностью существуют различные методы управления, среди которых адаптивное управление занимает лидирующее место. Как известно, адаптивное управление основано на двух главных подходах – построение адаптивной системы с эталонной моделью (АСЭМ) и системы с настраиваемой моделью (АСНМ) [1]. В рамках указанных подходов разработано большое количество алгоритмов адаптации, обеспечивающих адаптивную стабилизацию указанных объектов. Для синтеза адаптивных алгоритмов часто применяются методы функций Ляпунова, скоростного градиента, а также системы со скользящими режимами и т. п. В статье представлен метод управления техническими объектами на основе безынерционной параметрической адаптации по схеме с настраиваемой моделью.

Схема системы адаптивного управления техническим объектом с настраиваемой моделью представлена на рис. 1.

Объект управления задан в виде

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния;  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  –  $m$ -мерный вектор управления,  $m \leq n$ ; все элементы матрицы  $\mathbf{B} = \{b_{ij}\}_{n \times m}$  точно известны, а элементы матрицы  $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{n \times n}$  имеют параметрическую (интервальную) неопределенность, т. е.  $\theta \in \Theta$ , где ограниченное подмножество  $\Theta = \{\theta: |\theta_i - \theta_i^*| \leq \Delta\theta_i, i = \overline{1, n}\}$ ,  $a_{ij}^*$  – номинальные значения;  $t \in [t_0, \infty)$ .

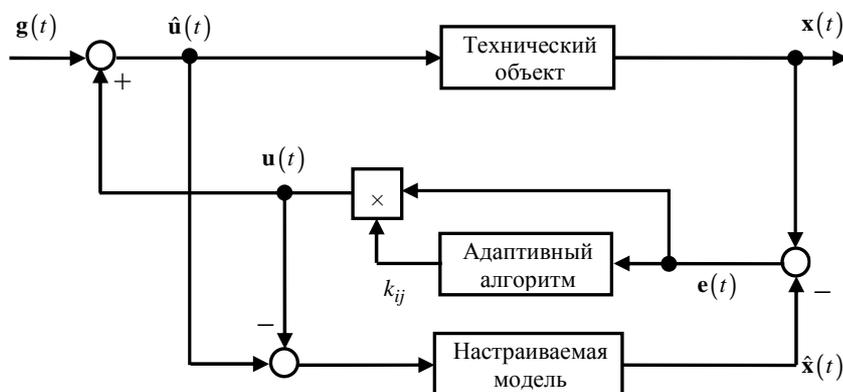


Рис. 1

Уравнение настраиваемой модели имеет вид

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A_0 \hat{\mathbf{x}}(t) + B_0 (\hat{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{u}(t)), \quad (2)$$

где  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния настраиваемой модели;  $\mathbf{u}(t)$  –  $m$ -мерный вектор сигналов адаптации модели, стационарная часть настраиваемой модели  $\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A_0 \hat{\mathbf{x}}(t) + B_0 \hat{\mathbf{u}}(t)$ , соответствующая желаемой динамике.

Введем ошибку управления  $e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$ ,  $t \in [t_0, \infty]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $t_0$  – начальный момент процесса управления.

Из уравнений (1), (2) после несложных преобразований получаем уравнение переменных состояний в виде

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = A \mathbf{e}(t) + B \mathbf{u}(t) + \delta(t), \quad \mathbf{e}(t_0) = \mathbf{e}_0, \quad (3)$$

где  $\delta(t) = [(A - A_0)\hat{\mathbf{x}}(t) + (B - B_0)\mathbf{g}(t)]$ ,  $\mathbf{g}(t)$  – входной сигнал.

Рассмотрим уравнение

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = A \mathbf{e}(t) + B \mathbf{u}(t). \quad (4)$$

Найдем сигнал адаптации  $\mathbf{u}(t)$ , который обеспечивает асимптотическую устойчивость уравнения (4) и равенство нулю функции  $\delta(t)$ . Иначе говоря, получаем следующее выражение:

$$[(A - A_0)\hat{\mathbf{x}}(t) + (B - B_0)\mathbf{g}(t)] = 0. \quad (5)$$

Таким образом, учитывая равенство (5) в уравнении (3), получаем уравнение (4).

Пусть структура регулятора задается в виде линейной обратной связи

$$\mathbf{u}(t) = K \mathbf{e}(t), \quad (6)$$

где  $K = \{k_{ji}\}_{m \times n}$  – матрица настраиваемых параметров.

Уравнение ошибки (3) тогда примет вид

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \Gamma(t) \mathbf{e}(t), \quad (7)$$

где  $\Gamma(t) = (A + BK)$ .

Необходимо теперь определить элементы матрицы настраиваемых параметров  $K(t)$ , чтобы обеспечить асимптотическую устойчивость системы (1).

Пусть функция Ляпунова [2] задана как

$$J(t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t)$$

и ее полная производная по времени в виде  $\dot{J}(t) = dJ/dt = \mathbf{e}^T(t) \dot{\mathbf{e}}(t)$ .

Для обеспечения асимптотической устойчивости системы (4) достаточно, чтобы  $\Psi(t) < 0$ .

На основании выражения (7) имеем

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \mathbf{e}^T(t) \dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{e}^T(t) \Gamma(t) \mathbf{e}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} e_{ii}^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \gamma_{ij} e_i e_j. \end{aligned}$$

**Лемма.** Пусть для функции  $\Psi(t)$

$$\Psi_1(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} e_{ii}^2 \text{ и } \Psi_2(t) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \gamma_{ij} e_i e_j.$$

При выполнении условий  $\Psi_1(t) < 0$  и  $\Psi_2(t) < 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ , а значит, и  $\Psi(t) < 0$ , асимптотическая устойчивость системы (7) обеспечивается.

Действительно, примем [3] диагональные элементы матрицы  $\Gamma(t) = \{\gamma_{ij}\}_{n \times n}$  постоянными и отрицательными, т. е.  $\gamma_{ii} < 0$ , тогда  $\Psi_1(t) < 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Теперь найдем условия для выполнения неравенства  $\Psi_2(t) < 0$ .

Допустим [3], что  $\gamma_{ij}(t) = \alpha_{ij}^{-1} e_i(t) e_j(t)$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ .

$$\text{Тогда } \Psi_2(t) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \gamma_{ij} e_i e_j(t) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \alpha_{ij} \gamma_{ij}^2(t). \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что если  $\alpha_{ij} < 0$ , то  $\Psi_2(t) < 0$ .

Таким образом, если  $\gamma_{ii} < 0$  и  $\alpha_{ij} < 0$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ,  $i \neq j$ , то асимптотическая устойчивость системы (7) обеспечена.

Из выражения  $\Gamma(t) = A + BK(t)$  получаем матрицу настраиваемых параметров  $K(t)$ , которая имеет вид

$$K(t) = B^{-1}(\Gamma - A),$$

при  $n = m$  матрица (неособенная)  $B$  имеет обратную матрицу  $B^{-1}$ , а при  $n \neq m$  имеет вид

$$K(t) = B^+ (\Gamma - A),$$

где  $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$  – псевдоинверсия к  $B$ ; матрица  $\Gamma(t) = \{\gamma_{ij}\}_{n \times n}$  имеет элемент  $\gamma_{ij}(t) = \alpha_{ij}^{-1} e_i(t) \times e_j(t)$ ,  $\alpha_{ij} < 0$  и  $\gamma_{ii}$  – постоянные,  $\gamma_{ii} < 0, i = 1, n$ .

Так как матрица  $A$  имеет параметрическую неопределенность ( $\theta \in \Theta$ ), для вычисления матрицы  $K(t)$  используются «номинальные» значения  $\theta_i^*$ .

**Теорема.** Система  $\dot{x}(t) = Ax(t) + B\hat{u}(t)$  обладает асимптотической устойчивостью с законом безынерционной параметрической адаптации  $u(t) = Ke(t)$ ,  $K(t) = B^{-1}(\Gamma - A)$  или  $K(t) = B^+(\Gamma - A)$ .

**Пример.** Рассмотрим задачу управления синхронным генератором на основе безынерционной параметрической адаптации по схеме с настраиваемой моделью.

Динамические свойства синхронного генератора (СГ) как объекта управления описывается следующей системой уравнений в отклонениях [4]:

$$\Delta E_q(t) = -\frac{1}{k_3 \tau_{d0}} \Delta E_q(t) - \frac{k_4}{\tau_d} \Delta \delta(t) + \frac{1}{\tau_{d0}} \Delta E_f(t),$$

$$\Delta \dot{\omega}(t) = -\frac{k_2}{\tau_j} \Delta E_q(t) - \frac{k_1}{\tau_j} \Delta \delta(t) + \frac{1}{\tau_j} \Delta M_M(t), \quad (9)$$

$$\Delta \dot{\delta}(t) = \Delta \omega(t),$$

$$\Delta U(t) = k_5 \Delta \delta(t) + k_6 \Delta E_q(t),$$

где  $\Delta U(t)$ ,  $\Delta \delta(t)$ ,  $\Delta E_q(t)$ ,  $\Delta \omega(t)$  – отклонения напряжения, угла нагрузки, ЭДС  $E_q$ , угловой

частоты от соответствующих значений настраиваемой модели с номинальными параметрами соответственно;  $\Delta M_M(t)$  – отклонение механического момента турбины;  $\Delta E_f(t)$  – отклонение ЭДС возбудителя. Здесь  $k_1$  – коэффициент, характеризующий изменение электрической мощности при изменении угла ротора в условиях постоянства потокосцепления по продольной оси, т. е. синхронизирующий момент;  $k_2$  – коэффициент, характеризующий изменение электрической мощности при изменении потокосцепления в условиях постоянства угла ротора;  $k_3$  – коэффициент, характеризующий влияние внешнего сопротивления и следовательно, не зависящий от нагрузки машины;  $k_4$  – коэффициент, характеризующий размагничивающее действие при изменении угла ротора;  $k_5$  – коэффициент, характеризующий изменение напряжения на шинах генератора при изменении угла ротора в условиях постоянства ЭДС;  $k_6$  – коэффициент, характеризующий напряжение на шинах генератора при изменении ЭДС в условиях постоянства угла;  $\tau_{d0}$  – постоянная времени СГ по продольной оси разомкнутой обмотки статора;  $\tau_j$  – постоянная инерции.

Структурная схема СГ по уравнениям (9) представлена на рис. 2.

Теперь построим матрицу настраиваемых параметров  $K(t)$  синхронного генератора.

Исходя из системы уравнений СГ (9) введем следующие обозначения:

$$e(t) = [e_1(t), e_2(t), e_3(t)]^T = [\Delta U(t), \Delta \omega(t), \Delta \delta(t)]^T,$$

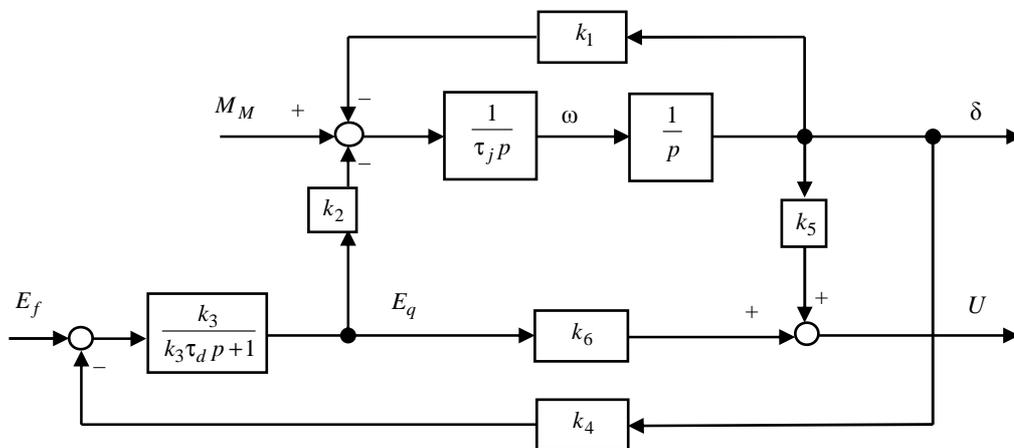


Рис. 2

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T = [\Delta E_f(t), \Delta M_M(t)]^T.$$

Тогда матрица  $K(t)$  имеет вид

$$K = \{k_{ji}\}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \end{bmatrix}$$

и сигналы адаптивного управления получаем в виде  $u_1(t) = k_{11}e_1(t) + k_{12}e_2(t) + k_{13}e_3(t)$ ;  $u_2(t) = k_{21}e_1(t) + k_{22}e_2(t) + k_{23}e_3(t)$ .

Моделирование системы адаптивного управления СГ выполнено в среде MATLAB/Simulink при следующих значениях параметров СГ:  $k_1 = 2.35$ ,  $k_2 = 0.62$ ,  $k_3 = 0.28$ ,  $k_4 = 1.53$ ,  $k_5 = 0.05$ ,  $k_6 = 0.83$  и  $\tau_{d0} = 4.5$  с,  $\tau_j = 5$  с. При этом полу-

чаем матрицу  $B = \begin{bmatrix} 0.185 & 0 \\ 0 & 0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  и матрицу  $B^+ =$

$$= \begin{bmatrix} 5.42 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Пусть заданы следующие номинальные значения элементов матрицы  $A$ , т. е.  $\theta^* = [a_{11}^*, a_{12}^*, a_{13}^*, \dots, a_{nn}^*] = [-0.79, 0.1, -0.35, -0.5, 0, -0.435; 0.1, 0]$  с ограниченной (интервальной) неопределенностью  $\Delta\theta_i = (0.7 - 1.5)\theta_i^*$ .

Параметры адаптера заданы для «хорошего» качества процессов адаптивного управления в виде  $\alpha_{12} = -8$ ,  $\alpha_{13} = -2$ ,  $\alpha_{21} = -5$ ,  $\alpha_{23} = -3$ . Компоненты  $k_{11}$ ,  $k_{22}$  выбраны как  $k_{11} = -18$ ,  $k_{22} = -16$ . Тогда получаем компоненты  $k_{12} =$

$$= 5.42(-8^{-1}e_1e_2 - 0.1), \quad k_{13} = 5.42(-2^{-1}e_1e_3 + 0.35), \\ k_{21} = 5(-5^{-1}e_2e_1 + 0.5), \quad k_{23} = 5(-3^{-1}e_2e_3 + 0.435).$$

Результаты моделирования представлены на рис. 3, где кривые  $1_a, 2_a, 3_a$  и  $1_b, 2_b, 3_b$  – переходные процессы СГ, соответственно, по напряжению, частоте и углу нагрузки. Индекс  $a$  – без адаптера,  $b$  – после подключения адаптера.

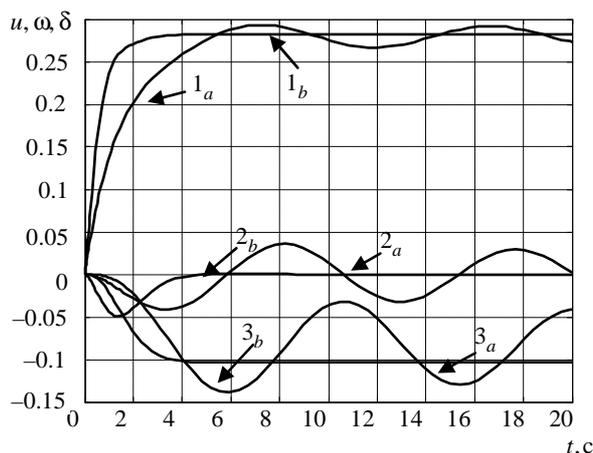


Рис. 3

Из результатов моделирования видно, что переходные характеристики СГ с адаптацией (время переходного процесса 3.5–4.5 с) намного лучше переходных характеристик СГ без адаптации. Адаптивный регулятор хорошо стабилизирует переходные процессы СГ даже при отсутствии автоматического регулятора возбуждения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борцов Ю. А., Поляхов Н. Д., Путов В. В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 216 с.
2. Андерсон П., Фуад А. Управление энергосистемами и устойчивость. М.: Энергия, 1980. 569 с.
3. Кожекова Г. А. Расчет адаптивной системы управления для синхронного генератора // Изв. КГТУ им. И. Раззакова. 2010. № 21. С. 158–162.

N. D. Polyakhov, Ha Anh Tuan  
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

### CONTROL OF TECHNICAL OBJECTS BASED OF THE INERTIA-FREE PARAMETRIC ADAPTATION

*Is represented new control algorithm of technical object with the limited uncertainty on the basis of inertia-free parametric adaptation. Algorithm is synthesized by the Lyapunov functions method. The study by the simulation on MatLab/Simulink is executed based on the example of the synchronous generator dynamics control.*

**Adaptive control, parametric adaptation, the synchronous generator**