

УДК 681.5

Ю. В. Ильющин, И. А. Кучеренко, А. Л. Ляшенко, И. М. Новожилов
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический
 университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Решение задачи моделирования поведения температурного поля в распределенных объектах управления

Рассматриваются способы моделирования пространственно-распределенных объектов управления. Проведен анализ моделирования на временном интервале, в ходе которого было предложено и реализовано моделирование температурного процесса на гибридном суперкомпьютере с 96 ядрами по технологии CUDA.

Управление, математическое моделирование, температурное поле, управляющие воздействия, технология CUDA

На современном этапе развития систем автоматического управления все чаще возникает проблема прогнозирования и моделирования поведения различного рода полей. От рода системы управления зависит точность и диапазон контроля измеряемых величин. При рассмотрении системы управления температурными полями возникает необходимость создания прогнозных моделей развития ситуации. Так, например, при моделировании температурных процессов, протекающих в печах конвейерного типа, необходимо учитывать не только пространственную распределенность объектов, но и изменение температуропроводности материала в зависимости от значения температурного поля [1]. При моделировании поведения восходящих потоков, возникающих вследствие бурения скважин нагнетательного типа, большая погрешность может привести к росту значений температурного поля в забое и, как следствие, увеличению риска взрыва или обрушения свода [2]. Неверный расчет температурного поля при контактной сварке может вызвать истончение запаса прочности краев сварного ли-

ста, что приведет к снижению прочности всей конструкции [3]. Таким образом, процесс моделирования температурного поля занимает особое место в системах автоматического управления.

Поставим задачу моделирования температурного поля в двух объектах управления различной мерности. Проведем расчет температурных полей гексагональных карбидокремниевых стержней при воздействии на стержень импульсными нагревательными элементами с релейным принципом управления. Для решения поставленных задач рассмотрим систему управления, структурная схема которой представлена на рис. 1.

Первый объект управления представим в виде объекта, описываемого следующей математической моделью [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right); \quad (1)$$

$$0 < x < L_x; \quad 0 < y < L_y; \quad 0 < z < L_z.$$

Граничные и начальные условия:

$$T(x, y, L_z, \tau) = U(x, y, \tau);$$

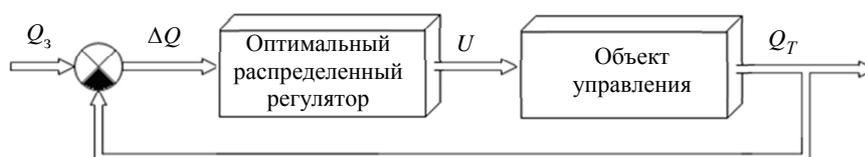


Рис. 1

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} &= 0; \\ T(x, 0, z, \tau) &= T(x, L_y, z, \tau) = T(0, y, z, \tau) = \\ &= T(L_x, y, z, \tau) = 0; \\ T(x, y, z, 0) &= 0. \end{aligned}$$

В приведенных выражениях T – температура; L_x, L_y, L_z – геометрические размеры объекта управления; a – заданный коэффициент; x, y, z – пространственные координаты; τ – время; U – входное воздействие.

Второй объект представим в виде цилиндра, математическая модель которого примет следующий вид [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

где r – радиус, м; ϕ – угол поворота; z – длина, м. Граничные и начальные условия идентичны математической модели (1).

Решим уравнение (1) для изотропного объекта при нулевых начальных и граничных условиях. На основании функции Грина получаем следующую функцию для моделирования температурного поля изотропного объекта управления:

$$\begin{aligned} G(x_j, y_j, z_j, \rho, v, \xi, t) &= \sum_{i=1}^d \frac{8}{l_x l_y l_z} \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \pi x_j}{l_x}\right) \sin\left(\frac{k \pi y_j}{l_y}\right) \times \\ &\times \sin\left(\frac{k \pi \rho_i}{l_x}\right) \sin\left(\frac{k \pi v_i}{l_y}\right) \sin\left(\frac{k \pi z_j}{l_z}\right) \sin\left(\frac{k \pi \xi_i}{l_z}\right) \times \\ &\times \exp\left[-a^2 \pi^2 t \left(\frac{k^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2} + \frac{n^2}{l_z^2}\right)\right] \sum_p \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \pi x_j}{l_x}\right) \sin\left(\frac{k \pi y_j}{l_y}\right) \times \\ &\times \sin\left(\frac{k \pi z_j}{l_y}\right) \sin\left(\frac{k \pi \rho_{z(p)}}{l_x}\right) \sin\left(\frac{k \pi v_{z(p)}}{l_y}\right) \sin\left(\frac{k \pi \xi_{z(p)}}{l_z}\right) \times \\ &\times \exp\left[-a^2 \pi^2 (t - \tau) \left(\frac{k^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2} + \frac{n^2}{l_z^2}\right)\right], \end{aligned}$$

где l_x, l_y, l_z – геометрические параметры объекта, м; t – время, с; x, y, z – точка расположения датчика температуры, м; ξ, ρ, v – точка расположения нагревательного элемента, м; τ – момент включения точечного источника под номером $z(p)$, с; a – заданный коэффициент температуропроводности материала объекта управления, $\text{м}^2/\text{с}$; d – количество источников нагрева; $p = 1, 2, 3, \dots$ – порядко-

вый номер включения источника; $z(p)$ – один из источников нагрева; k, m, n – количество членов ряда Фурье. Про моделируем поведение температурного поля для изотропного стержня (табл. 1). Введем начальные условия: $l = 1$ м, $k = 10$, $d = 9$, $x_1 = \xi_1 = 1$ м, $T_{\text{зад}} = 273,2$ К, $\xi_j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $a = 0,00000052$ $\text{м}^2/\text{с}$.

Время, затраченное на моделирование переходного процесса, равно 10 мин при интервале моделирования до 10 000 с.

Решим уравнение математической модели (2) методом конечных разностей. Для цилиндрического объекта управления функция, моделирующая поведение температурного поля, будет иметь вид [6]:

$$\begin{aligned} \Delta T &= a \Delta t \left[\frac{T(i-1, j, k, t) - 2T(i, j, k, t) + T(i+1, j, k, t)}{\Delta r^2} + \right. \\ &+ \frac{1}{R} \frac{T(i, j, k, t) - T(i-1, j, k, t)}{\Delta r} + \\ &+ \frac{T(i, j-1, k, t) - 2T(i, j, k, t) + T(i, j+1, k, t)}{\Delta z^2} + \\ &\left. + \frac{T(i, j, k-1, t) - 2T(i, j, k, t) + T(i, j, k+1, t)}{\Delta \phi^2} \right]. \end{aligned}$$

Данное уравнение моделирует поведение температурного поля в любой точке цилиндра. Про моделировав процесс, представленный в виде полученного уравнения, согласно начальным условиям получим значение температурного поля, представленное в табл. 2.

Время, затраченное на моделирование переходного процесса, равно 20 мин при интервале моделирования до 10 000 с.

Таблица 1

Номер источника	Значение температурного поля			
	Количество нагревательных элементов в секции			
	8	7	6	5
1	tmas[1,690] = 0,19	tmas[1,690] = 0,18	tmas[1,690] = 0,18	tmas[1,690] = 0,48
2	tmas[2,690] = 0,36	tmas[2,690] = 0,31	tmas[2,690] = 0,32	tmas[2,690] = 0,39
3	tmas[3,690] = 0,47	tmas[3,690] = 0,43	tmas[3,690] = 0,37	tmas[3,690] = 0,39
4	tmas[4,690] = 0,51	tmas[4,690] = 0,43	tmas[4,690] = 0,32	tmas[4,690] = 0,38
5	tmas[5,690] = 0,47	tmas[5,690] = 0,34	tmas[5,690] = 0,18	tmas[5,690] = 0,45
6	tmas[6,690] = 0,36	tmas[6,690] = 0,19	tmas[6,690] = 0,26	
7	tmas[7,690] = 0,19	tmas[7,690] = 0,42		
8	tmas[8,690] = 0,78			

Таблица 2

Номер источника	Значение температурного поля			
	Количество нагревательных элементов в секции			
	8	7	6	5
1	tmas[1,690] = 0,81	tmas[1,690] = 0,77	tmas[1,690] = 0,82	tmas[1,690] = 0,99
2	tmas[2,690] = 0,77	tmas[1,690] = 0,60	tmas[1,690] = 0,55	tmas[1,690] = 0,99
3	tmas[3,690] = 0,83	tmas[1,690] = 0,74	tmas[1,690] = 0,45	tmas[1,690] = 0,99
4	tmas[4,690] = 0,76	tmas[1,690] = 0,74	tmas[1,690] = 0,55	tmas[1,690] = 0,99
5	tmas[5,690] = 0,83	tmas[1,690] = 0,60	tmas[1,690] = 0,82	tmas[5,690] = 0,64
6	tmas[6,690] = 0,77	tmas[1,690] = 0,77	tmas[1,690] = 0,40	
7	tmas[7,690] = 0,81	tmas[1,690] = 0,28		
8	tmas[8,690] = 0,02			

Очевидно, что скорость математического расчета зависит от количества переменных и диапазона исследуемого временного интервала. При моделировании аналогичных температурных полей для других объектов также наблюдался значительный рост затраченного времени. Однако существует множество прогнозных систем, в которых необходим быстрый расчет температурного поля. Проведем математическое моделирование объекта на основе функции Грина с помощью параллельных систем. Для этого перепишем программный код, моделирующий температурное поле согласно технологии CUDA. При вычислении будем использовать 96-ядерный процессор GT 630. Отличие структуры процессора intel I-5 (слева) от GT 630 (справа) иллюстрирует рис. 2. Процессор GT 630 имеет в своем кристалле 96 вычислителей (ядер). Данный процессор является «бюджетным решением», в производительных системах он заменяется на TESLA, который несет

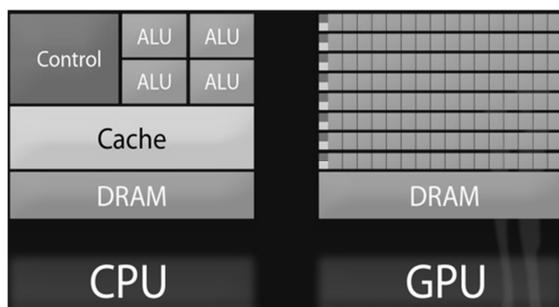


Рис. 2

в своем составе 4 процессора по 2000 ядер суммарной производительностью 1 Тфлопс.

Для моделирования по технологии CUDA необходимо сначала создать распределение потоков на GPU. Для этого создадим множественный поток в защищенной глобальной памяти:

```
__global__ void blend_kernel( float *dst,
bool dstOut ) {
```

```
int x = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;
int y = threadIdx.y + blockIdx.y * blockDim.y;
int offset = x + y * blockDim.x * gridDim.x;
```

Далее в теле вызова GPU можно сразу задать уравнение расчета температурного поля:

```
float t, l, c, r, b;
if (dstOut) {
t = tex2D(texIn,x,y-1);
l = tex2D(texIn,x-1,y);
c = tex2D(texIn,x,y);
r = tex2D(texIn,x+1,y);
b = tex2D(texIn,x,y+1);
} else {
t = tex2D(texOut,x,y-1);
l = tex2D(texOut,x-1,y);
c = tex2D(texOut,x,y);
r = tex2D(texOut,x+1,y);
b = tex2D(texOut,x,y+1);
}
dst[offset] = c + SPEED * (t + b + r + l - 4 * c);
```

Следует отметить, что в теле вызова можно использовать тип данных float2 и float3, так как для создания подмодуля зачастую необходимо

создание двумерного типа данных. При моделировании трехмерных объектов уместно создание трехмерного массива данных с типом данных float3 и помещением его вне глобального блока kernel. Также необходимо учитывать, что моделирование на GPU отличается от общепринятых стандартов моделирования. Необходимо выделение памяти GPU с жесткой привязкой к техническим характеристикам:

```
HANDLE_ERROR( cudaEventRecord( d->start,
0 ) );
dim3 blocks(DIM/16,DIM/16);
dim3 threads(16,16);
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy( bitmap-
>get_ptr(),
d->output_bitmap,
bitmap->image_size(),
cudaMemcpyDeviceToHost ) );
HANDLE_ERROR( cudaEventRecord( d->stop,
0 ) );
HANDLE_ERROR( cudaEventSynchronize( d-
>stop ) );
```

В результате моделирования температурная таблица оказалась идентичной линейному расчету. Однако время, затраченное на моделирование переходного процесса, составляет 1 мин при интервале моделирования до 10 000 с.

Исследовав в процессе моделирования температурные поля одномерного объекта (на основе

функции Грина) и цилиндра (методом конечных разностей), можно сделать следующие выводы:

1. Использование инновационного подхода к нагреву является актуальной задачей, так как именно стержни как нагревательные элементы используются при обжиге керамики, кирпича и других изделий.

2. В процессе моделирования было выявлено чрезмерно долгое и громоздкое выполнение в программной среде. В первую очередь это обусловлено большим количеством математических операций и слабым техническим ресурсом.

3. Как показали результаты моделирования на гибридном суперкомпьютере по технологии CUDA, рост производительности системы привел к возможности моделирования более объемных объектов управления. Также при моделировании был учтен огромный запас по временному интервалу.

Хотя математический и программный аппарат для моделирования таких систем не достаточно проработан, а управление является очень трудоемкой и программно-громоздкой задачей, тем не менее результат ускорения процесса очевиден. Исходя из вышеизложенного, разработка и внедрение программных комплексов по технологии CUDA является большим залогом на будущее развитие систем автоматического управления в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильюшин Ю. В. Проектирование системы управления температурными полями туннельных печей конвейерного типа // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2011. № 3 (126). С. 67–72.
2. Курцев А. Р. Численное моделирование нестационарного процесса сопряженного теплообмена между горным массивом и рудничным воздухом с использованием технологии NVIDIA CUDA // Первый национальный суперкомпьютерный форум. Переславль-Залесский: Изд-во Ин-та программных исследований РАН, 2012. С. 35–37.
3. Чернышев А. Б., Антонов В. Ф., Шураков Д. Л. Система стабилизации температурного поля в процессе утилизации тепла при контактной сварке // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2010. № 6 (113). С. 151–155.
4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.
5. Першин И. М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: Изд-во РИА-КМВ, 2007.
6. Ильюшин Ю. В., Чернышев А. Б. Определение шага дискретизации для расчета теплового поля трехмерного объекта управления // Изв. Южного федерального ун-та. 2011. № 6. С. 192–200.

Yu. V. Ilyushin, I. A. Kucherenko, A. L. Lyashenko, I. M. Novozhilov
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

SOLUTION TO THE PROBLEM OF MODELING THE TEMPERATURE FIELD OF DISTRIBUTED CONTROL OBJECTS

The article discusses ways of modeling spatially distributed control objects. The simulation on a time interval was analyzed. According to the analysis the method of modeling the temperature process on a ninety-six-core hybrid supercomputer within the CUDA technology was proposed and implemented.

Control, mathematical modeling, temperature field, control actions, CUDA technology