

3. Сербин Ю. В., Прокопов А. А., Бугров В. П. Параллельная работа насосных агрегатов при использовании технологии частотного регулирования // Информ. бюл. инженерного центра «Арт». 2007. № 2. С. 57–65.

4. Математические модели электроприводных систем насосных агрегатов и станций / А. А. Проко-

пов, Р. А. Кахоров, В. А. Новиков, М. П. Белов // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2017. № 10. С. 44–54.

5. Лезнов Б. С. Методика оценки эффективности применения регулируемого электропривода в водопроводных и канализационных насосных установках. М.: Машиностроение, 2011. 88 с.

6. Сайт компании ООО «Данфосс». URL: <http://www.danfoss.ru> (дата обращения 18.02.18).

A. A. Prokopov, R. A. Kakhorov, V. A. Novikov, T. E. Belyayev
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

VARIATIVE OPTIMIZATION OF ELECTRIC DRIVE SYSTEMS PUMPING UNITS

Presents the results of variative optimization electric drive systems of pumping units at their autonomous and parallel operation. Formulated private and generalized optimization criteria. The method is proposed of decision-making on the optimal variant of the system, which uses a variative base of various models of system components, presented in the form of mathematical modules and blocks covering different solutions adapted to the pumping units. An example of energy-dynamic model of electric drive system for two parallel pumping units is given. The feasibility study of the three variants of the systems was performed, presented in the form of a final table comparing the relative indicators of their efficiency. The prospective of application of systems with use of frequency converters for each electric drive of pumping units at their parallel operation are shown.

Electric drive systems of pumping units at autonomous and parallel operation, variants of construction and modes operation of systems, mathematical descriptions of dynamic and energy processes, decision making about the optimal variant of the system on the total alternatives

УДК 621.313

М. А. Ваганов, И. А. Бабская

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Угловые характеристики синхронного реактивного двигателя и его перегрузочная способность

Учет активного сопротивления обмотки статора синхронного реактивного двигателя показал, что в действительности электромагнитный момент данного двигателя содержит вопреки сложившемуся мнению не одну, а три составляющих. Одна из новых составляющих не зависит от угла нагрузки двигателя и отрицательна, т. е. является тормозной, а вторая составляющая оказывается гармонической функцией двойного угла нагрузки и положительна. Амплитуды этих новых составляющих, как и амплитуда известной составляющей, зависят от индуктивного сопротивления обмотки статора двигателя по продольной оси и сравнительно быстро затухают при его увеличении, т. е. при повышении мощности двигателя. С другой стороны, учет указанного активного сопротивления имеет своим следствием появление электрических потерь в обмотке статора, что позволяет ввести в рассмотрение электрический КПД обмотки статора. При этом оказывается, что при некотором значении угла нагрузки двигателя этот КПД достигает максимума при вполне приемлемом значении его перегрузочной способности. Все это, в конечном итоге, позволяет спроектировать синхронный реактивный двигатель с оптимальной поперечной геометрией, обеспечивающей высокий уровень использования его активных материалов относительно электромагнитного момента, а также с заданной перегрузочной способностью при максимальном электрическом КПД обмотки статора.

Синхронный реактивный двигатель, угловые характеристики, максимальный КПД, коэффициент мощности, потребляемая мощность, электромагнитная мощность, электромагнитный момент, оптимальная поперечная геометрия, перегрузочная способность

Обычно как при расчете, так и при теоретическом исследовании синхронных явнополюсных двигателей, в том числе и синхронных реактив-

ных (СРД), не учитывается активное сопротивление r_1 обмотки статора, имея в виду, что указанное сопротивление существенно меньше син-

хронных индуктивных сопротивлений обмотки статора x_d и x_q по продольной и поперечной осям соответственно синхронных явнополюсных двигателей. Но данное положение можно считать справедливым лишь при мощностях, больших 1 кВт. Если же полезная мощность на валу двигателя не превосходит указанного значения, то оказывается, что сопротивления r_1 и x_d , x_q практически соизмеримы, т. е. их числовые значения имеют один порядок, и при полезной мощности в десятки ватт и меньше активное сопротивление r_1 может оказаться даже больше синхронных индуктивных сопротивлений x_d , x_q . По этой причине сопротивление r_1 все же целесообразно учитывать, что не всегда выполняется.

Учет активного сопротивления r_1 сопровождается существенным усложнением выражений, описывающих процесс преобразования энергии в синхронных явнополюсных двигателях, в том числе и в реактивных, что наглядно подтверждается, например, в [1]–[3]. Тем не менее в рассматриваемом исследовании выполнен учет активного сопротивления r_1 обмотки статора.

В синхронных реактивных двигателях в соответствии с их определением отсутствует возбуждение со стороны ротора, но сам ротор имеет явнополюсную конструкцию, что и обеспечивает существование ненулевого электромагнитного момента при синхронной скорости вращения ротора данного двигателя.

Предположим, что такой синхронный реактивный двигатель подключен к сети переменного тока с действующим значением напряжения U_c , которое создает в обмотке статора соответствующий переменный ток с действующим значением I_1 . В СРД отсутствует возбуждение со стороны ротора, но переменный ток I_1 , проходящий по виткам обмотки статора, образует собственный вращающийся магнитный поток обмотки статора. Синхронно вращающиеся составляющие данного магнитного потока будут индуцировать в обмотке статора две ЭДС самоиндукции, которые в комплексной форме записи определяются выражениями $\dot{E}_d = -jx_d \dot{I}_d$ по продольной и $\dot{E}_q = -jx_q \dot{I}_q$ по поперечной осям соответственно. В этих выражениях токи \dot{I}_d и \dot{I}_q представляют собой продольную и поперечную составляющие вектора

фазного тока \dot{I}_1 обмотки статора, определяемые, соответственно, выражениями $I_d = I_1 \sin \psi_1$ и $I_q = I_1 \cos \psi_1$. Так как СРД, в силу принципа своего действия, есть двигатель с самовозбуждением, то ток I_1 – индуктивный, и по этой причине вектор данного тока \dot{I}_1 отстает от вектора, приложенного к обмотке статора напряжения \dot{U}_c , на угол φ_1 .

Векторная диаграмма СРД представлена на рис. 1. В отличие от классической теории электрических машин на этой векторной диаграмме учтено активное сопротивление r_1 в виде соответствующего ему падения напряжения $\dot{I}_1 r_1$, находящегося в фазе с током \dot{I}_1 . На указанной векторной диаграмме приняты следующие обозначения: d_3 – продольная ось эквивалентного генератора сети; d, q – собственные продольная и поперечная оси рассматриваемого реактивного двигателя; φ_1 – фаза вектора тока \dot{I}_1 относительно вектора напряжения сети \dot{U}_c ; θ – угол нагрузки, ψ_1 – фаза вектора тока \dot{I}_1 относительно поперечной оси q , по которой был бы направлен вектор ЭДС возбуждения данного двигателя при наличии обмотки возбуждения или постоянного магнита на его роторе. Для удобства построения векторной диаграммы введен в рассмотрение вектор напряжения на зажимах обмотки статора \dot{U}_1 , численно равный вектору \dot{U}_c , но находящийся с ним в противофазе.

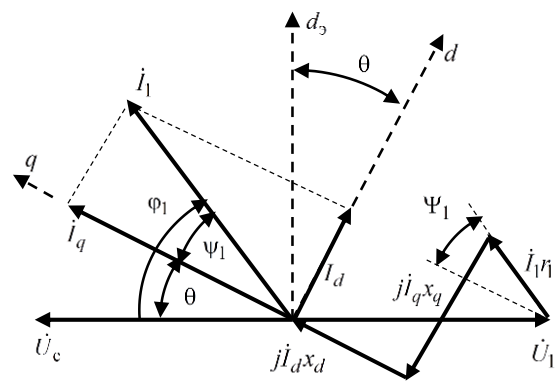


Рис. 1

На основании второго закона Кирхгофа составим уравнение напряжения для одной из фаз обмотки статора данного двигателя, и тогда получим

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 r_1 + j \dot{I}_d x_d + j \dot{I}_q x_q. \quad (1)$$

Принимая во внимание векторную диаграмму, запишем (1) в проекциях на оси d и q ротора двигателя соответственно

$$\begin{cases} U_1 \sin \theta = -I_q x_q + I_1 r_1 \sin \psi_1, \\ U_1 \cos \theta = I_d x_d + I_1 r_1 \cos \psi_1. \end{cases} \quad (2)$$

С учетом выражений для токов I_d и I_q система (2) примет вид

$$\begin{cases} U_1 \sin \theta = I_d r_1 - I_q x_q, \\ U_1 \cos \theta = I_d x_d + I_q r_1. \end{cases} \quad (3)$$

Для дальнейшего анализа и получения общего результата безотносительно к мощности СРД разделим правые и левые части выражений системы (3) на активное сопротивление обмотки статора r_1 и, введя обозначения $x_d/r_1 = x_{d*}$ и $x_q/r_1 = x_{q*}$, где величины x_{q*} , x_{d*} представляют собой относительные значения синхронных индуктивных сопротивлений обмотки статора по поперечной и продольной осям СРД соответственно, получим

$$\begin{cases} U_1/r_1 \sin \theta = I_d - I_q x_{q*}, \\ U_1/r_1 \cos \theta = I_d x_{d*} + I_q. \end{cases}$$

Относительно токов I_d и I_q решение данной системы алгебраических уравнений будет иметь вид

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{U_1}{r_1} \frac{x_{q*} \cos \theta - \sin \theta}{1 + x_{d*} x_{q*}}, \\ I_q &= \frac{U_1}{r_1} \frac{\cos \theta + x_{d*} \sin \theta}{1 + x_{d*} x_{q*}}. \end{aligned}$$

С учетом полученных выражений для составляющих тока обмотки статора I_d и I_q действующее значение фазного тока обмотки статора СРД будет определяться выражением $I_1 = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$ и после необходимых преобразований окончательно получим

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1} F_{I\theta}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} F_{I\theta} &= \left\{ \left[(2 + x_{d*}^2 + x_{q*}^2) + 2(x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta + \right. \right. \\ &\left. \left. + (x_{d*}^2 - x_{q*}^2) \cos 2\theta \right] / \left[2(1 + x_{d*} x_{q*})^2 \right] \right\}^{1/2}, \quad (5) \end{aligned}$$

где $F_{I\theta}$ представляет собой функцию тока обмотки статора СРД, зависящую прежде всего от угла нагрузки θ , а также от относительных сопротивлений x_{d*} , x_{q*} .

Для расчета составляющих мощности синхронного реактивного двигателя воспользуемся его энергетической диаграммой, представленной на рис. 2. На этой диаграмме приняты следующие обозначения: P_1 – активная мощность, потребляемая синхронным реактивным двигателем из сети; P_{M1} – электрические потери в обмотке статора синхронного реактивного двигателя; P_{c1} – магнитные потери в стали; $\Sigma P_{\text{мех}}$ – полные механические потери в двигателе (потери на трение в подшипниках, потери на трение ротора о воздух, вентиляционные потери). Потребляемая из сети активная мощность на зажимах m_1 – фазной обмотки статора синхронного реактивного двигателя P_1 и электрические потери в его обмотке статора P_{M1} определяются следующими выражениями:

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1, \quad P_{M1} = m_1 I_1^2 r_1.$$

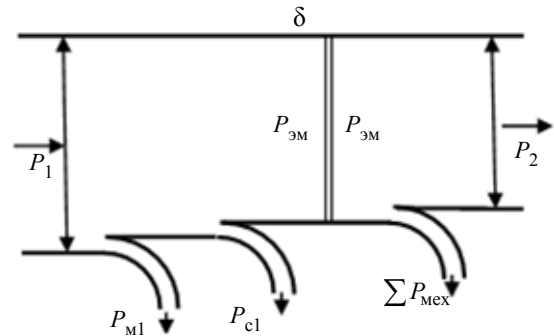


Рис. 2

Электромагнитная мощность $P_{\text{эм}}$, которая передается вращающимся магнитным полем через воздушный зазор δ от обмотки статора к ротору, может быть определена как разность активной мощности P_1 и электрических потерь в обмотке статора P_{M1} при пренебрежении магнитными потерями в стали статора P_{c1} , т. е. $P_{\text{эм}} = P_1 - P_{M1}$, и тогда

$$P_{\text{эм}} = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 - m_1 I_1^2 r_1.$$

Мощность P_2 представляет собой полезную механическую мощность на валу СРД.

Используя векторную диаграмму на рис. 1, можно составить еще одну систему алгебраических уравнений в проекциях на линию вектора напряжения \dot{U}_1 и на направление, ему перпендикулярное:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_d x_{d*} \cos \theta + I_q x_{q*} \sin \theta + I_1 r_1 \cos \varphi_1, \\ 0 &= -I_q x_{q*} \cos \theta + I_d x_{d*} \sin \theta + I_1 r_1 \sin \varphi_1. \end{aligned}$$

Для упрощения записи можно разделить оба уравнения на активное сопротивление обмотки статора r_1 и, снова введя в рассмотрение относительные индуктивные сопротивления x_{d*} , x_{q*} , получим

$$\begin{aligned} U_1/r_1 &= I_d x_{d*} \cos \theta + I_q x_{q*} \sin \theta + I_1 \cos \varphi_1, \\ 0 &= -I_q x_{q*} \cos \theta + I_d x_{d*} \sin \theta + I_1 \sin \varphi_1. \end{aligned}$$

Решение данной системы уравнений относительно активной $I_1 \cos \varphi_1$ и реактивной $I_1 \sin \varphi_1$ составляющих тока обмотки статора будет иметь вид

$$\begin{aligned} I_1 \sin \varphi_1 &= \frac{U_1}{r_1} \frac{(x_{d*} + x_{q*}) \cos \theta + (x_{q*} - x_{d*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})}, \\ I_1 \cos \varphi_1 &= \frac{U_1}{r_1} \frac{2 + (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})}. \end{aligned} \quad (6)$$

При учете (6) потребляемая из сети активная мощность на зажимах m_1 -фазной обмотки статора синхронного реактивного двигателя P_1 будет определяться выражением

$$\begin{aligned} P_1 &= m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 = \\ &= m_1 \frac{U_1^2}{r_1} \frac{2 + (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})} = k_P F_{P\theta}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$k_P = m_1 \frac{U_1^2}{r_1}, \quad F_{P\theta} = \frac{2 + (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta}{2(1 + x_{d*} x_{q*})}, \quad (8)$$

где k_P – коэффициент пропорциональности по мощности; $F_{P\theta}$ – функция потребляемой активной мощности СРД, характеризующая ее зависимость от угла нагрузки θ и относительных индуктивных сопротивлений обмотки статора x_{d*} , x_{q*} рассматриваемого двигателя. Функция потребляемой активной мощности $F_{P\theta}$ имеет две составляющих, первая из которых, $1/(1 + x_{d*} x_{q*})$, не зависит от угла нагрузки θ , т. е. постоянна, в то время как вторая, $(x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta / [2(1 + x_{d*} x_{q*})]$, оказывается зависящей от этого угла, т. е. переменной, и пропорциональна синусу двойного угла нагрузки θ .

На рис. 3–5 перечисленные составляющие функции $F_{P\theta} = f(\theta)$, определяемой вторым выражением (8), представлены графически для трех значений относительного параметра $x_{d*} = 1; 10$ и 100 при $x_{q*}/x_{d*} = \beta = 0.5$.

На рис. 3–5 изображены составляющие функции $F_{P\theta}$ (1 – постоянная; 2 – переменная) и непосредственно функция $F_{P\theta}$ (3). Как видно из рис. 3–5, функция $F_{P\theta}$ имеет для всех значений x_{d*} единственный максимум при $\theta = 45^\circ$. Также видно, что увеличение числового значения параметра x_{d*} сопровождается уменьшением постоянной составляющей функции $F_{P\theta} = f(\theta)$ и увеличением переменной составляющей (рис. 3–5 последователь-

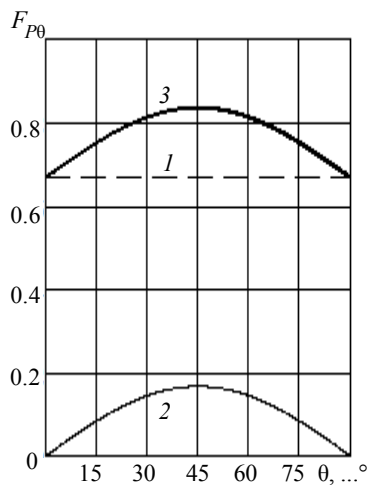


Рис. 3

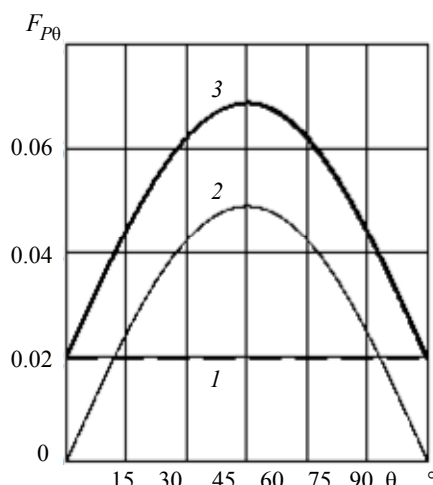


Рис. 4

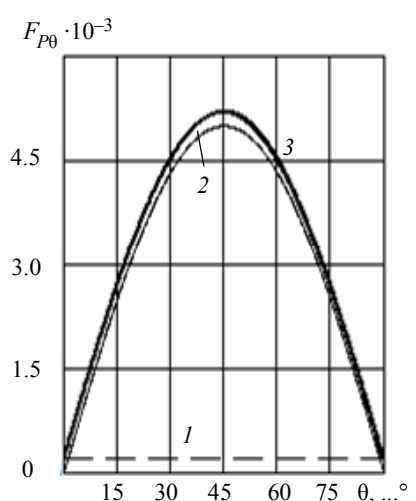


Рис. 5

но). В частности, при $x_{d*} \geq 100$ постоянная составляющая $1/(1+x_{d*}x_{q*}) < 0.0002$ и, следовательно, пренебрежимо мала, так что функция потребляемой мощности $F_{P\theta} = f(\theta)$ определяется практически своей переменной составляющей, и поэтому при $x_{d*} \geq 100$ без особой погрешности можно принять

$$F_{P\theta} = (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta / [2(1 + x_{d*}x_{q*})].$$

Электромагнитная мощность СРД $P_{ЭМ}$, которая передается вращающимся магнитным полем через воздушный зазор от обмотки статора к ротору, в соответствии с энергетической диаграммой на рис. 2 может быть определена как разность потребляемой из сети активной мощности P_1 и электрических потерь в обмотке статора $P_{М1}$ при пренебрежении магнитными потерями в стали статора $P_{с1} = 0$, т. е. $P_{ЭМ} = P_1 - P_{М1}$.

Электрические потери в обмотке статора $P_{М1}$ синхронного реактивного двигателя при работе его под нагрузкой определяются выражением $P_{М1} = m_1 I_1^2 r_1$, или при учете (4) и (5),

$$P_{М1} = k_P F_{I\theta}^2. \quad (9)$$

Принимая во внимание (7) и (9), получим $P_{ЭМ} = k_P F_{P\theta} - k_P F_{I\theta}^2 = k_P (F_{P\theta} - F_{I\theta}^2) = k_P F_{M\theta}$, где $F_{M\theta} = F_{P\theta} - F_{I\theta}^2$ представляет собой функцию электромагнитной мощности $P_{ЭМ}$ и одновременно функцию электромагнитного момента $M_{ЭМ}$, так как $M_{ЭМ} = P_{ЭМ} / \omega_1 = (k_P / \omega_1) F_{M\theta}$.

Преобразовав выражение для обозначения $F_{M\theta}$ с учетом (5) и (8), получим

$$\begin{aligned} F_{M\theta} &= F_{P\theta} - F_{I\theta}^2 = \\ &= \frac{x_{q*}^2 - x_{d*}^2}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} + \frac{x_{d*} - x_{q*}}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} \times \\ &\times [(x_{d*}x_{q*} - 1) \sin 2\theta + (x_{d*} + x_{q*}) \cos 2\theta]. \quad (10) \end{aligned}$$

Выражение (10) характеризует функцию электромагнитного момента как зависимость электромагнитного момента СРД от угла нагрузки θ и относительных индуктивных сопротивлений его обмотки статора x_{d*} и x_{q*} . Из (10) видно, что

функция $F_{M\theta}$ электромагнитного момента СРД имеет две составляющие: постоянную $\bar{F}_{M\theta}$, не зависящую от угла нагрузки θ , и переменную $\tilde{F}_{M\theta}$ – функцию двойного угла нагрузки θ .

Постоянная составляющая $\bar{F}_{M\theta}$ функции $F_{M\theta}$ электромагнитного момента СРД определяется выражением

$$\bar{F}_{M\theta} = \frac{x_{q*}^2 - x_{d*}^2}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2}, \quad (11)$$

из которого следует, что она отрицательная, так как в СРД всегда $x_{d*} > x_{q*}$. Это значит, что в СРД всегда существует постоянная отрицательная составляющая электромагнитного момента – тормозная, обусловленная активным сопротивлением обмотки статора r_1 . Данное обстоятельство не учитывается в классической теории синхронных машин и, в частности, в теории синхронных реактивных двигателей. Как будет показано в дальнейшем, в СРД малой мощности данная составляющая соизмерима с остальными составляющими электромагнитного момента. рассматриваемого двигателя.

В информационных материалах по СРД, в которых не учитывается активное сопротивление обмотки статора, выражение для электромагнитного момента, естественно, не содержит отрицательной составляющей в электромагнитном моменте, и поэтому при расчетах возможно возникновение труднообъяснимых несоответствий.

С учетом обозначения $\beta = x_{q*} / x_{d*} < 1$ преобразуем (11)

$$\bar{F}_{M\theta} = - (1 - \beta^2) x_{d*}^2 / (1 + \beta x_{d*}^2)^2. \quad (12)$$

Имея в виду четвертую степень параметра x_{d*} в знаменателе (12), можно утверждать, что увеличение параметра x_{d*} , т. е. возрастание мощности СРД, сопровождается быстрым затуханием тормозной составляющей его электромагнитного момента. На рис. 6–8 прямая 1 представляет графически зависимость, определяемую выражением (12), позволяющую оценить значимость этой постоянной составляющей электромагнитного момента при разных значениях параметра x_{d*} . В частности, видно, что если при

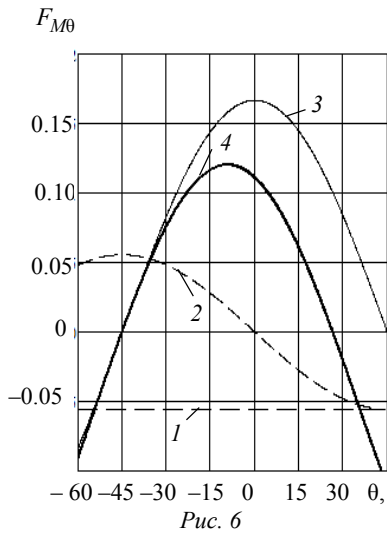


Рис. 6

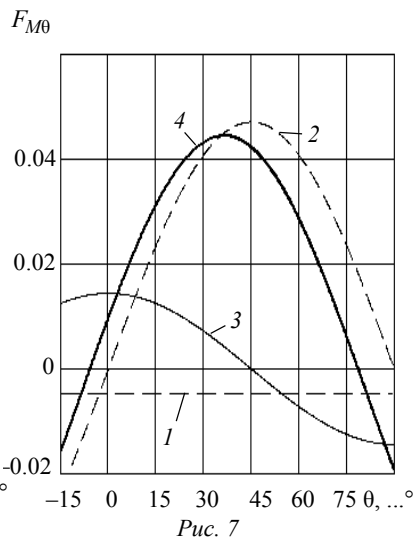


Рис. 7

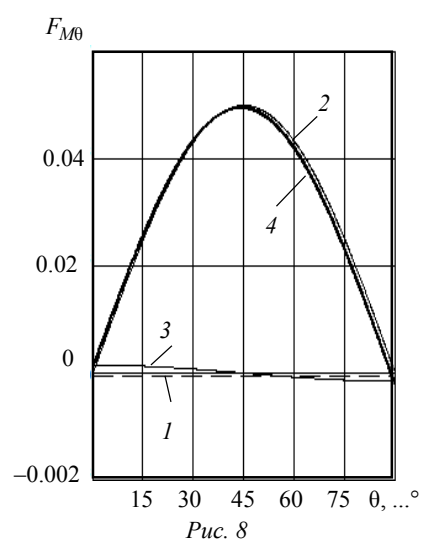


Рис. 8

$x_{d*} = 1$ (рис. 6) эта составляющая соизмерима с обеими переменными составляющими, то уже при $x_{d*} > 10$ (рис. 7) она существенно уступает синусной составляющей, а при $x_{d*} \geq 100$ (рис. 8) эта составляющая практически не отличается от косинусной составляющей электромагнитного момента. Кривые 2 и 3 на рис. 6–8 соответствуют синусной и косинусной составляющим функции $F_{M\theta}$, а кривая 4 – результирующей, т. е. определяет непосредственно саму функцию $F_{M\theta}$.

Для оценки влияния переменных составляющих функции $F_{M\theta}$ на конечный результат составим отношение множителей, стоящих перед косинусной $\cos 2\theta$ и синусной $\sin 2\theta$ составляющими данной функции, и тогда получим

$$k_{\beta} = \frac{x_{d*} + x_{q*}}{x_{d*}x_{q*} - 1} = \frac{(1 + \beta)x_{d*}}{\beta x_{d*}^2 - 1}.$$

Отсюда следует, что если $k_{\beta} = 1$, эти множители при $\cos 2\theta$ и $\sin 2\theta$ будут одинаковыми. Это значит, что при малых значениях параметра x_{d*} определяющей станет косинусная составляющая, а при больших значениях x_{d*} функция $F_{M\theta}$ определяется, главным образом, ее синусной составляющей.

Если принять $k_{\beta} = 1$, то после необходимых преобразований получим следующее алгебраическое уравнение относительно x_{d*} : $\beta x_{d*}^2 - (1 + \beta)x_{d*} - 1 = 0$. Отсюда

$$x_{d*(1;2)} = (1 + \beta) \pm \sqrt{(1 + \beta)^2 + 4\beta}.$$

Поскольку значение квадратного корня больше $(1 + \beta)$, то перед корнем следует принять знак «+», и тогда окончательно получим

$$x_{d*}(\beta) = (1 + \beta) + \sqrt{(1 + \beta)^2 + 4\beta}. \quad (13)$$

На основании (13) можно рассчитать и построить зависимость $x_{d*}(\beta) = f(\beta)$ в ограниченном диапазоне значений параметра β . Данная зависимость графически представлена на рис. 9. Видно, что при значениях параметра β , вполне реализуемых на практике, получаем значения x_{d*} , при которых синусная и косинусная составляющие функции $F_{M\theta}$, характеризующей электромагнитную мощность СРД, будут одинаковыми, и тогда слева относительно полученных значений будет преобладать косинусная составляющая, а справа – синусная.

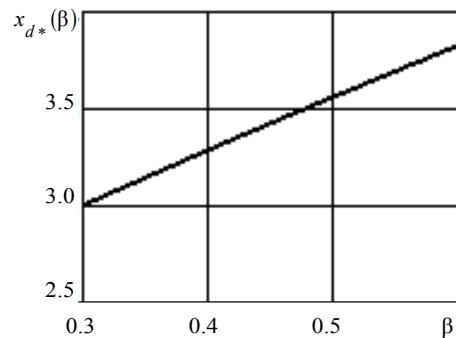


Рис. 9

По данным расчетов функций $F_{P\theta}$ и $\bar{F}_{M\theta}$ построим как итоговые вспомогательные зависимости $F_{P\theta}, \bar{F}_{M\theta} = f(\theta)$ по-прежнему для трех значений параметра $x_{d*} = 1, 10$ и 100 , которые графически представлены на рис. 10–12. На этих

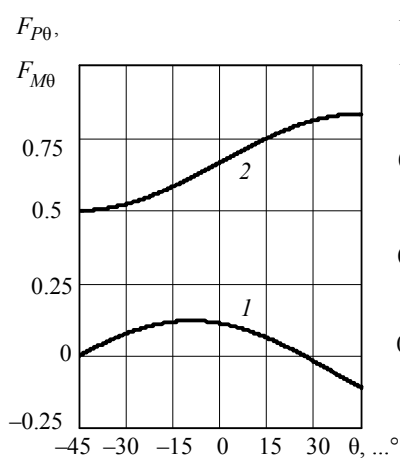


Рис. 10

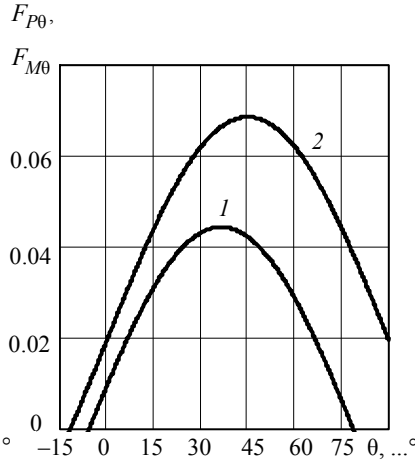


Рис. 11

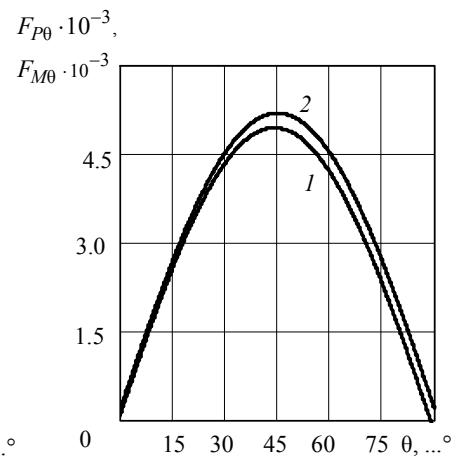


Рис. 12

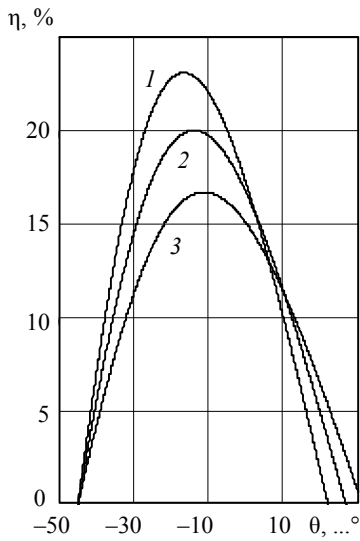


Рис. 13

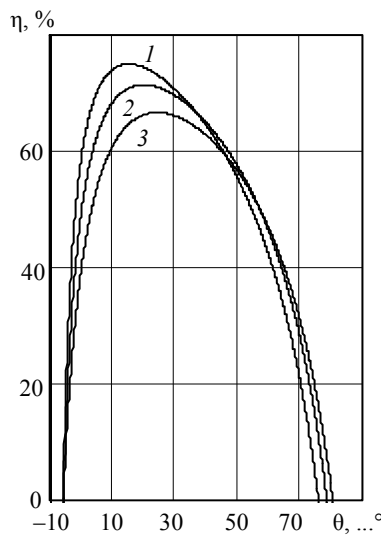


Рис. 14

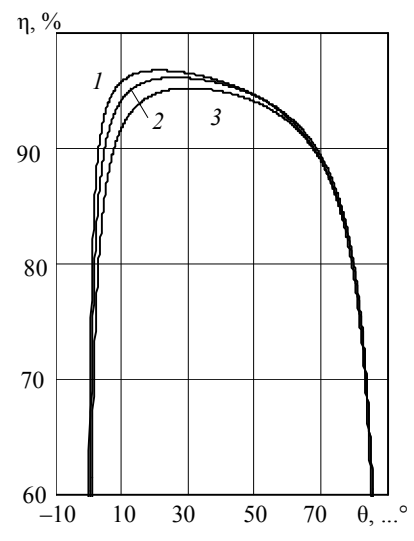


Рис. 15

рисунках кривые 1 определяют функцию $F_{P\theta}$, характеризующую потребляемую СРД мощность из сети, а кривые 2 – функцию $\bar{F}_{M\theta}$, характеризующую электромагнитную мощность СРД.

Представленные рисунки наглядно показывают степень влияния относительного параметра x_{d*} на указанные мощности. Наиболее значимым это влияние оказывается при малых значениях параметра $x_{d*} < 10$, т. е. когда полезная мощность СРД не превосходит нескольких киловатт (рис. 10). В частности, видно, что максимум функции $\bar{F}_{M\theta}$ наблюдается в отрицательной области значений углов нагрузки θ . И только при $x_{d*} \geq 10$ критический угол нагрузки θ_m становится положительным, что полностью соответствует классической теории СРД.

Наличие электрических потерь в обмотке статора СРД дает возможность ввести в рассмотрение понятие электрического КПД обмотки стато-

ра $\eta_э$, определяемого отношением электромагнитной мощности $P_{эм}$ к потребляемой из сети P_1 , или как отношение соответствующих этим мощностям функций, а именно, $\eta_э = F_{M\theta}/F_{P\theta}$. Так как $F_{M\theta} = F_{P\theta} - F_{I\theta}^2$, то $\eta_э = 1 - F_{I\theta}^2/F_{P\theta}$. После подстановки сюда (5) и (8) получим следующее окончательное выражение для КПД СРД:

$$\eta_э = 1 - F_{I\theta}^2/F_{P\theta} = 1 - \frac{\left[\left(2 + x_{d*}^2 + x_{q*}^2 \right) + 2(x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta - (x_{d*}^2 - x_{q*}^2) \cos 2\theta \right]}{\left\{ 2(1 + x_{d*}x_{q*}) \times \left[2 + (x_{d*} - x_{q*}) \sin 2\theta \right] \right\}}. \quad (14)$$

На рис. 13–15 графически представлены зависимости $\eta_э$ в функции угла нагрузки θ , т. е. $\eta_э = f(\theta)$ для трех значений параметра $x_{d*} = 1, 10$

и 100 соответственно. На каждом из рис. 13–15 построены графики $I-3$ при $x_{q*} = 0.4x_{d*}; 0.5x_{d*}; 0.6x_{d*}$ соответственно.

Из рис. 13–15 видно, что существует некоторый угол нагрузки θ_η , при котором КПД СРД достигает максимального значения $\eta_{эм\theta}$. Увеличение параметра x_{q*} сопровождается повышением угла нагрузки θ_η , при котором КПД СРД становится максимальным, но при этом значение КПД $\eta_{эм\theta}$ снижается. В целом из увеличения параметра x_{d*} , т. е. возрастания мощности, следует повышение КПД СРД.

Для определения величины θ_η вернемся к (14), в котором интерес представляет лишь отношение $F_{I\theta}^2/F_{P\theta}$, имеющее физический смысл относительных электрических потерь в обмотке статора и соответственно минимум этих потерь будет определять максимум электрического КПД двигателя

$$\begin{aligned} & F_{I\theta}^2/F_{P\theta} = \\ & = \left[(2 + x_{d*}^2 + x_{q*}^2) + 2(x_{d*} - x_{q*})\sin 2\theta - \right. \\ & \quad \left. - (x_{d*}^2 - x_{q*}^2)\cos 2\theta \right] / \left\{ 2(1 + x_{d*}x_{q*}) \times \right. \\ & \quad \left. \times [2 + (x_{d*} - x_{q*})\sin 2\theta] \right\}. \end{aligned}$$

Составим выражение для числителя производной $\frac{d}{d\theta} \frac{F_{I\theta}^2}{F_{P\theta}}$, приравняем его нулю и после необходимых преобразований получим следующее тригонометрическое уравнение относительно переменной θ :

$$\begin{aligned} & (2 - x_{d*}^2 - x_{q*}^2)\cos 2\theta + 2(x_{d*} + x_{q*})\sin 2\theta + \\ & \quad + (x_{d*}^2 - x_{q*}^2) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Решение будет иметь более простую форму, если ввести в рассмотрение функцию $\operatorname{tg} \theta$, используя соотношения: $\sin \theta = \operatorname{tg} \theta / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}$ и $\cos \theta = 1 / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}$, а также учитывая, что $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$, и тогда (15) примет вид $(x_{d*}^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \theta + 2(x_{d*} + x_{q*}) \operatorname{tg} \theta + (1 - x_{q*}^2) = 0$, и его решением станет

$$\operatorname{tg} \theta_\eta = \left[-(x_{d*} + x_{q*}) \pm (1 + x_{d*}x_{q*}) \right] / (x_{d*}^2 - 1). \quad (16)$$

Следует иметь в виду, что в большинстве случаев $x_{d*} > 1$, и чтобы получить положительное значение угла θ_η , необходимо принять в (16) знак «+». При этом условии окончательно получим

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \theta_\eta = (x_{q*} - 1) / (x_{d*} + 1); \\ & \theta_\eta = \operatorname{arctg} (x_{q*} - 1) / (x_{d*} + 1). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, (17) определяет угол нагрузки, при котором СРД будет иметь максимальный КПД при прочих равных условиях. С учетом обозначения $\beta = x_{q*}/x_{d*}$ (17) примет вид

$$\theta_\eta = \operatorname{arctg} (\beta x_{d*} - 1) / (x_{d*} + 1).$$

Подставив (17) в (10), получим выражение для значений функции электромагнитного момента, в которых СРД имеет максимальный КПД $\eta_{эм\theta}$:

$$\begin{aligned} & F_{M\theta} = F_{P\theta} - F_{I\theta}^2 = \\ & = \frac{x_{q*}^2 - x_{d*}^2}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} + \frac{x_{d*} - x_{q*}}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} \times \\ & \quad \times [(x_{d*}x_{q*} - 1)\sin 2\theta + (x_{d*} + x_{q*})\cos 2\theta]. \end{aligned} \quad (18)$$

Имея в виду, что $\sin 2\theta = 2\operatorname{tg} \theta / (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$ и $\cos 2\theta = (1 - \operatorname{tg}^2 \theta) / (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$, преобразуем (18) с учетом (17), и тогда окончательно получим

$$\begin{aligned} & F_{M\theta} = \\ & = \frac{(x_{d*} - x_{q*})(x_{q*} - 1) [x_{q*}(x_{d*}^2 + 1) - (x_{q*} + 1)]}{(1 + x_{d*}x_{q*})^2 [(x_{d*} + 1)^2 + (x_{q*} - 1)^2]}. \end{aligned} \quad (19)$$

В [4] показано, что в СРД, как и в других синхронных машинах, всегда существует угол нагрузки θ_m , при котором электромагнитный момент, в рассматриваемом случае – функция электромагнитного момента, имеет максимальное значение. Поэтому имеем

$$\theta_m = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x_{d*}x_{q*} - 1}{x_{d*} + x_{q*}} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\beta x_{d*}^2 - 1}{x_{d*}(1 + \beta)}. \quad (20)$$

После подстановки (20) в (10) и необходимых преобразований получим следующее выражение

для максимального значения F_{Mm} функции электромагнитного момента F_M :

$$F_{M\theta} = F_{Mm} = \frac{x_{d*} - x_{q*}}{2(1 + x_{d*}x_{q*})^2} \times \left[\sqrt{(1 + x_{d*}^2)(1 + x_{q*}^2)} - (x_{d*} + x_{q*}) \right] = \frac{x_{d*}(1 - \beta)}{2(1 + \beta x_{d*}^2)^2} \times \left[\sqrt{(1 + x_{d*}^2)(1 + \beta^2 x_{d*}^2)} - x_{d*}(1 - \beta) \right]. \quad (21)$$

Таким образом, мы теперь имеем в распоряжении две экстремальные зависимости, первая из которых, $F_{M\theta} = f(x_{d*})$, определяемая выражением (19), характеризует номинальный электромагнитный момент СРД, соответствующий его максимальному КПД, а вторая, $F_{Mm} = f(x_{d*})$, определяемая выражением (21), характеризует максимальный электромагнитный момент данного СРД.

При этих условиях можно ввести в рассмотрение отношение $F_{Mm}/F_{M\theta} = k_m$, где коэффициент k_m определяет перегрузочную способность или кратность максимального момента СРД.

На рис. 16–17 графически представлены две зависимости $F_{Mm} = f(x_{d*})$ и $F_{M\theta} = f(x_{d*})$, определяемые выражениями (19) и (21) и маркированные общим обозначением $F_{M\theta m}$. Кривая 1 соответствует $F_{Mm} = f(x_{d*})$, а кривая 2 – функции $F_{M\theta} = f(x_{d*})$. Кривые на рис. 17 как бы продолжают кривые на рис. 16, но в другом масштабе. Обе кривые с возрастанием параметра x_{d*} монотонно уменьшаются с небольшим увеличением разности их ординат.

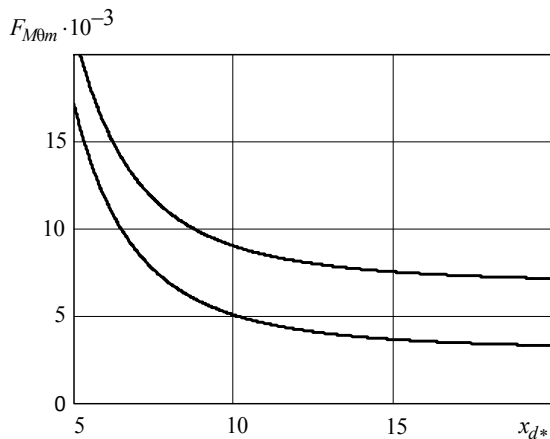


Рис. 16

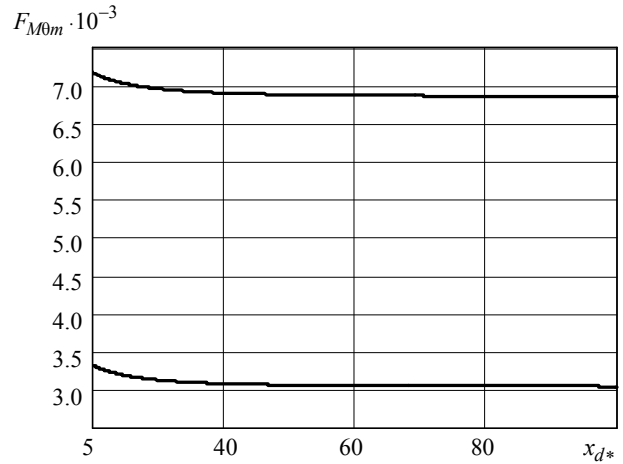


Рис. 17

Принимая во внимание (19) и (21), получим окончательное выражение для кратности максимального момента СРД в следующем виде:

$$k_m = \left\{ \left[\sqrt{(1 + x_{d*}^2)(1 + x_{q*}^2)} - (x_{d*} + x_{q*}) \right] \times \left[(x_{d*} + 1)^2 + (x_{q*} - 1)^2 \right] \right\} / \left\{ 2(x_{q*} - 1) \times \left[x_{q*}(x_{d*}^2 + 1) - (x_{q*} + 1) \right] \right\}. \quad (22)$$

По (22) построена соответствующая зависимость, представленная на рис. 18, из которой видно, что с повышением мощности СРД, т. е. с увеличением параметра x_{d*} , в своей начальной части перегрузочная способность СРД достаточно быстро возрастает, а затем начиная с $x_{d*} = 35$ коэффициент k_m практически остается постоянным, обеспечивая перегрузочную способность двигателя на уровне двух с небольшим, что вполне приемлемо.

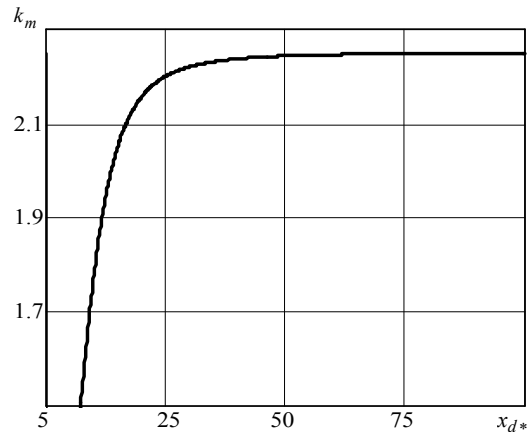


Рис. 18

Основные результаты данного исследования можно охарактеризовать следующими положениями:

1. Получены в общем виде выражения для угловых характеристик синхронных реактивных двигателей в функции относительного параметра, коррелирующего мощность рассматриваемых двигателей и учитывающего активное сопротивление обмотки статора, которое большинством специалистов во внимание не принимается.

2. При учете активного сопротивления обмотки статора оказывается, что как потребляемая активная мощность СРД, так и его электромагнитная мощность, имеют относительно угла нагрузки не одну синусную составляющую – функцию двойного угла нагрузки, как в классической теории, а еще две дополнительные, первая из которых оказывается постоянной по углу нагрузки, а вторая – переменной косинусной и зависящей от двойного угла нагрузки, как и основная синусная составляющая.

3. Дополнительные составляющие потребляемой и электромагнитной мощностей соизмеримы с основной составляющей этих мощностей при малых значениях относительного параметра x_{d*} и при возрастании этого параметра достаточно быстро затухают.

4. Учет активного сопротивления обмотки статора дает возможность провести границу между потребляемой из сети активной мощностью СРД и его электромагнитной мощностью и тем самым вести в рассмотрение электрический КПД статора СРД.

5. Электрический КПД статора СРД имеет максимум на угловой характеристике при угле нагрузки меньшем критического угла нагрузки, при котором электромагнитный момент СРД оказывается максимально возможным, что дает возможность рассматривать понятие кратности максимального момента, если электромагнитный момент, соответствующий максимуму КПД двигателя принять в качестве номинального.

6. Кратность максимального момента СРД, характеризующая его перегрузочную способность, существенно зависит от относительного параметра x_{d*} и быстро возрастает при малых значениях x_{d*} , но начиная с $x_{d*} = 35$, кратность максимального момента практически остается постоянной, обеспечивая перегрузочную способность двигателя на уровне двух с небольшим, что представляет вполне приемлемое значение в условиях эксплуатации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юферов Ф. М. Электрические машины автоматических устройств. М.: Высш. шк., 1988. С. 115.
2. Осин И. Л., Юферов Ф. М. Электрические машины. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 234 с.
3. Вольдек А. И., Попов В. В. Электрические машины. Л.: Энергия, 2006. 724 с.

4. Ваганов М. А., Скобеев И. И., Селим С. А. Синхронный реактивный двигатель при учете активного сопротивления обмотки статора // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2016. № 7. С. 67–74.

M. A. Vaganov, I. A. Babskay
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

ANGULAR CHARACTERISTICS OF A SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTOR AND ITS LOADING CAPACITY

Registration of active resistance of stator winding synchronous reluctance motor has shown that in reality the electromagnetic torque of this engine contains contrary to popular belief not one but three components, One of the new components does not depend on the angle the engine load is negative, i.e. it is the brake, and the second component is a harmonic function of the dual angle load and positive. The amplitudes of these new components, as well as the amplitude of the known component, depend on the inductive resistance of the motor stator winding along the longitudinal axis and fade relatively quickly with its increase, i.e. with an increase in engine power. On the other hand, the accounting of the specified active resistance results in the appearance of electrical losses in the stator winding, which allows to introduce into consideration the electrical efficiency of the stator winding. It turns out that at a certain value of the angle of the engine load, the efficiency reaches the maximum at a quite acceptable value of its cargo handling capacity. All this, in the end, allows you to design a synchronous jet engine with optimal transverse geometry, providing a high level of use of its active materials relative to the electromagnetic torque, and also with a given overload capacity at the maximum electric efficiency of the stator winding.

Synchronous reluctance motor, angular characteristics, peak efficiency, power factor, power consumption, electromagnetic power, electromagnetic torque, op allows an optimal cross geometry, loading capacity