



УДК 378.147.227

З. В. Фирсова

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)*

## Математические задачи как средство развития профессионально важных качеств студентов технических вузов

*Рассматриваются возможности использования математических задач как необходимого средства формирования профессионально важных качеств студентов технических вузов, в частности, оригинальности мышления.*

### Профессионально важные качества (ПВК), оригинальность мышления, средства математики, открытые задачи

Одной из задач высшего образования является формирование профессионально важных качеств (ПВК) будущих специалистов, в которые заключены необходимые психологические и психофизиологические характеристики индивидуума, опосредующие успешность профессиональной деятельности человека. От инженеров, в частности, требуется «осуществлять поиск новых оригинальных технических решений» [1. С. 5].

Формирование компетентностно-ориентированных образовательных программ ФГОС допускает корректировку модели обучения путем включения новых модульных фрагментов ООП ВПО, введения частных изменений, обеспечивающих развитие важных профессиональных качеств выпускника, в том числе, оригинального мышления, необходимого для решения нестандартных инженерных задач. Рассмотрим возможности формирования этого качества с помощью решения математических задач.

ПВК инженера в основном складываются в процессе его профессиональной деятельности. Однако развитие многих качеств, которые будут необходимы в будущей инженерной деятельности, возможно еще в процессе обучения средствами не только специальных, но и общеобразовательных учебных дисциплин, особенно естественнонаучных. В исследовании Б. Д. Цуканова

установлено, что «... начальный этап обучения в вузе должен более эффективно использоваться именно с точки зрения формирования профессионально важных качеств...» [2. С. 220]. В подготовке будущих инженеров трудно переоценить роль математики: «Математика в техническом вузе является методологической основой всего естественнонаучного знания и поэтому может играть существенную роль в этом процессе» [3. С. 240]. При правильном подходе именно обучение математике способствует развитию не только логического (конвергентного), но и оригинального, инновационного (дивергентного) мышления. Об этом свидетельствует и анализ педагогических исследований, который позволяет сделать вывод о необходимости рассмотрения вопроса теории и практики формирования оригинальности мышления в процессе изучения математики в техническом вузе.

Рассматривая оригинальность как составляющую дивергентного мышления, обратимся к мнениям психологов по поводу возможных и необходимых условий ее развития.

По мнению Дружинина, дивергентное мышление как способность находить не одно, а несколько правильных решений, как своеобразная способность «мыслить вширь», а следовательно, и оригинальность как его наиболее существенное

качество можно развивать, только создав определенную среду, обладающую высокой степенью неопределенности, затрудняющей принятие готовых решений. Именно неопределенность стимулирует поиск собственных решений проблемы, обеспечивая возможность их нахождения богатством открывающихся возможностей. Создание такой среды обеспечивается, в частности, специальным набором задач, содержащих потенциальные возможности множественности решений, что способствует развитию оригинальности мышления.

Процесс решения задач, предлагаемых студентам, должен проходить не только на основе аналогий с ранее решенными задачами и демонстрацией непосредственного усвоения материала, но и инициировать у обучающегося деятельность, которая строится как деятельность научного познания, основным атрибутом которого становится теоретическое мышление.

При создании математических задач, способствующих развитию оригинальности мышления студентов, использовались исследования выдающегося математика и педагога Дж. Пойа, в частности, его книга «Математическое открытие», в которой приведен анализ процесса решения задач. Используются также исследования, проводившиеся в контексте теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) Г. С. Альтшуллера.

В этих работах установлено, что у обучающихся при решении задачи в первую очередь возникает вопрос о ее типе. Далее, если удастся отнести рассматриваемую задачу к определенному типу, становится возможным использовать соответствующий метод решения.

*Рассмотрим пример.* Подберите такую функцию  $f(x)$ , чтобы равенство  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 1} = 1$  было верным.

В такой задаче может быть предложено бесконечное количество решений. При этом данная задача подходит под определенный тип, а значит, имеет определенные варианты решения. Студенту придется только выбрать из возможных вариантов те, которые подходят при заданном условии.

1. Известно, что только предел отношения бесконечно большой к бесконечно большой одного порядка дает в результате константу. Другими словами, старшая степень неизвестной в числителе должна быть  $x^2$  – это обобщенное знание, которое студент должен иметь на данном этапе обучения.

2. В качестве функции можно выбрать любой полином степени 2.

Несмотря на то, что эти задания для студентов сложны, они могут быть отнесены к типологическим. Тем не менее, решение таких задач требует непривычного для студентов хода мысли, поэтому их можно рассматривать как подготовительные для развития оригинальности мышления. Основная часть задач должна быть ориентирована не на простое применение знаний, полученных при изучении соответствующего материала, а на максимальную активизацию имеющихся у студентов интеллектуальных ресурсов.

*Приведем примеры.*

1. Дан интеграл:  $\int \frac{\sin^2 x}{f(x)} dx = \phi(x) + c$ . Подберите такую функцию  $f(x)$ , чтобы  $\phi(x)$  являлась логарифмической функцией, и вычислите интеграл.

При решении этой задачи сразу определить тип, к которому она относится, не удастся, а значит, требуется дополнительная работа для отыскания способа ее решения.

2. Дано уравнение:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{f(x)} = 0$ . Подберите такую функцию  $f(x)$ , чтобы уравнение можно было решить в одно действие. Приведите решение.

Если исключить вариант сокращения дроби, задача не будет относиться к определенному типу и аналогично предыдущей задаче потребует дополнительной работы для отыскания способа ее решения.

3. Дан интеграл:  $\int \frac{\sin 2x}{f(x)} dx$ . Подберите различные  $f(x)$  таким образом, чтобы первообразная содержала:

а) тригонометрическую функцию, и в процессе нахождения интеграла можно было сделать замену переменной  $\{ \operatorname{tg} x = t \}$ .

Эта часть задачи требует определенного способа решения, что накладывает ограничения на  $f(x)$  и, соответственно, возникает необходимость дополнительного анализа ситуации;  $f(x)$  должна быть  $R(\sin x, \cos x)$ ;

б) логарифм.

Эта часть задачи не относится к определенному типу, поэтому требуется поиск способов решения среди различных возможных в данных условиях. Вычислите интеграл.

Итак, перед студентом стоит задача. Иными словами, у него есть цель, к которой он не может сразу прийти, и он стремится найти подходящий образ действий для ее достижения. Возможно, ход мысли определен имеющимся опытом или происходит составление «плана» решения задачи поэтапно, так как по мере продвижения к цели возникает необходимость решения множества промежуточных задач (проблем).

Р. С. Немовым установлено, что когда человек заучивает наизусть какой-либо материал или информацию, не имеющую смысла, через 24 ч 80 % такой информации забывается. Если информация несет в себе смысл, она остается в сознании человека в течение долгого времени. Разбитый на составляющие части материал, а именно различные способы решения задач, не несут для студентов смысла, их просто надо выучить. Предложенные выше задачи тематически целостны, они требуют от студентов самостоятельного применения системы постановки промежуточных задач, осознания необходимости применения определенных математических методов в конкретных ситуациях. Все это как раз отвечает требованиям курса математики в вузе – научить студентов владеть предметом в определенных, необходимых для дальнейшей деятельности рамках, дать знания, которые можно самостоятельно пополнить с помощью специальной литературы.

Человек с развитой оригинальностью мышления – это человек, ищущий свое собственное, отличное от других, решение. Поэтому основная задача преподавания состоит в том, чтобы подбирать студентам задания, в которых им придется искать свои, отличные от стандартных решения, предлагать необычные ответы. Для этой цели подойдут задания, содержащие задачи, не относящиеся напрямую к какому-либо типу. Их принято называть открытыми задачами. По Г. А. Баллу, познавательная задача является закрытой, если каждый из ее ответов может быть выбран из имеющихся у решателя наборов вариантов, входящих в исходный предмет задачи [4. С. 90], в противном случае задача объявляется открытой.

Задача может иметь разную степень открытости. Если степень открытости очень высока, то ее решение предполагает исследование. По мнению Куна, «теории не могут быть опровергнуты без помощи альтернатив»: чем более открыта задача, тем больше исследовательская часть в ее решении, и ее строй определяется более как исследо-

вательский, а не учебный. Открытая задача требует проведения мысленных экспериментов. Эрнст Мах определял мысленный эксперимент как вид познавательной деятельности, в которой структура реального эксперимента воспроизводится в воображении. При проведении мысленного эксперимента могут обнаружиться противоречия внутренних постулатов модели либо их несовместимость с внешними.

Предложенные задачи на тему «пределы и неопределенный интеграл», создают для студентов реальные противоречия, если неправильно подобрана функция, т. е. эти задачи относятся к числу заданий, выполнение которых при определенных (дополнительных) исходных данных в условии известным методом невозможно.

Разработать или подобрать открытые задания нелегко, для этого нужно уметь прогнозировать образ предвосхищаемого результата, а не только его конкретное содержание. Составляя открытое задание, преподаватель может знать 2–3 варианта его возможного решения, но окончательное количество и качество решений не должно ограничиваться. Задания должны удовлетворять хотя бы одному из следующих требований:

- достаточность условий для отыскания решения;
- корректность вопроса (математически грамотно поставленное требование);
- наличие противоречия в условии.

*Приведем пример.* Дан интеграл:  $\int f(x)(\ln x)dx = R(\sin x, \cos x) + C$ . Подберите такую функцию  $f(x)$ , чтобы в ответе получилась рациональная функция  $R(\sin x, \cos x)$ .

В ходе решения студенты должны установить, что задача не имеет решения, так как производная от  $R(\sin x, \cos x)$  даст другую рациональную функцию  $R_1(\sin x, \cos x)$ , не содержащую  $\ln x$ .

Задания должны быть разного уровня сложности, так как студенты имеют разный уровень знаний и способностей. По мнению Р. С. Немова, «выполняемая деятельность должна находиться в зоне оптимальной трудности, т. е. на пределе возможностей, тогда она ведет за собой развитие определенных способностей» [5. С. 329]. Следовательно, цель состоит не только в необходимости составления задач, содержание которых направлено на развитие мышления. Также необ-

ходимо учесть и то, что решать их будут студенты разных способностей, следовательно, для достижения положительного результата каждому студенту должен быть предложен свой уровень сложности заданий.

Развитию оригинальности мышления способствуют и задания на самостоятельное составление студентами задач с определенными требованиями.

Так, на первом курсе, после изучения темы «Пределы» студентам предлагается следующее задание: самостоятельно составить контрольную работу по данной теме. Работа должна состоять из трех заданий с решениями, причем один вариант, с точки зрения студента, должен быть простым в решении, а второй – сложным.

Кроме того, выдвигаются требования к каждой из трех задач:

1. Придумать задачу на нахождение предела (или доказать, что он не существует), в котором есть неопределенность  $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$ .

2. Придумать задачу на нахождение предела (или доказать, что он не существует), в котором есть неопределенность  $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ .

3. Придумать задачу на нахождение предела так, чтобы использовался «второй замечательный предел».

Далее рассмотрен вариант открытой задачи на тему «неопределенный интеграл».

Дан интеграл:  $\int \frac{f(x)}{\cos^2 x} dx$ . Требуется подобрать различные функции  $f(x)$ , чтобы для решения можно было применять различные способы интегрирования.

Задача требует различных вариантов подходов, так как она не относится к определенному типу. Следовательно, требуется глубокий анализ всех способов интегрирования, известных студентам на данном этапе обучения, и это первый вопрос, который они должны для себя решить. Далее возникает вопрос, каким должно быть подынтегральное выражение, чтобы при интегрировании можно было использовать известные им способы.

Приведем пример.

1. При интегрировании по частям можно сделать подынтегральную функцию произведением многочлена на тригонометрическую функцию  $\cos(ax+b)$  или  $\sin(ax+b)$ . Например:  $(2x+5)\cos 3x$ , следо-

вательно, можно избавиться от знаменателя. Для этого функцию  $f(x)$  надо домножить на знаменатель  $f(x) = (2x+5)\cos 3x \cos^2 x$ . Это один из наиболее коротких путей решения задачи. В результате применения такого способа теряется сама творческая составляющая, обязательная для выполнения этого задания, поэтому такой способ надо исключить из возможных решений, добавив в условие соответствующее требование. Также студент может увидеть, что  $\frac{1}{\cos^2 x} dx = d \operatorname{tg} x$ . Следовательно, может быть предложен следующий вариант:  $f(x) = ax + b$  или другой многочлен.

2. Вычисление интеграла возможно с применением различных способов интегрирования тригонометрических функций, причем, применяя по очереди несколько способов, возможно получить такое множество вариантов решения, что даже для студентов с низким уровнем способностей задание является достаточно простым.

В следующих заданиях требуется подобрать знаменатель подынтегральной функции таким образом, чтобы первообразную можно было записать одним слагаемым ( $a, b$  – константы):

$$a) \int \frac{ax+b}{?} dx;$$

$$б) \int \frac{a^x+b}{?} dx;$$

$$в) \int \frac{?}{a \cos x + b} dx.$$

Во всех заданиях, где дан интеграл  $\int f(x) \cdot \phi(x) dx$ , не исключать предложенную

функцию  $\phi(x)$ :  $f(x) \neq \frac{1}{\phi(x)} \psi(x)$ . Например:

$$\int f(x) \ln x dx \Rightarrow f(x) \neq \frac{\psi(x)}{\ln x}.$$

Приведенные задачи можно решать различными способами, что ведет к более полному, качественному освоению учебного материала, а также к возможности проявления неожиданных для самого учащегося идей и, как следствие, к развитию оригинальности мышления. Установлено, что использование предложенных задач в процессе обучения позволяет:

– включить в процесс изучения предмета опыт каждого студента и соотнести его с опытом других. Достижение этого возможно при обсуж-

дении на практических занятиях некоторых предложенных преподавателем заданий;

– обеспечить индивидуализацию работы, при которой происходит самостоятельный поиск до-

полнительного материала, изучение и решение поставленной задачи, причем в неограниченных для каждого студента временных рамках.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чернышев А. Основы инженерного творчества в дипломном проектировании и магистерских диссертациях. М.: Высш. шк., 2008.
2. Цуканов Б. Д. Формирование ПВК специалистов при изучении физики в военном вузе: дис. ... канд. пед. наук. 13.00.08 / Орловский гос. ун-т. Орел, 2004.
3. Татьянаенко С. А. Формирование профессиональной компетентности будущего инженера в процессе обучения математике в техническом вузе: дис. ... канд. пед. наук / Тобольская гос. соц.-пед. акад. им. Д. И. Менделеева. Тобольск, 2003.
4. Балл Г. А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект. М.: Педагогика, 1990.
5. Немов Р. С. Общие основы психологии М.: Просвещение, 1994.
6. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1976.
7. Стефанова Н. Л. Об организации самостоятельной деятельности студентов в программе магистерской подготовки. Исследования в области математического образования // Проблемы теории и практики обучения математике: сб. науч. работ междунар. науч. конф. «55-е герценовские чтения». СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2002. С. 26.
8. Дрязгунов К. В. Формирование дивергентного мышления старшеклассников на уроках обществознания // Образование и общество. 2003. № 1. С. 40. (<http://humanities.edu.ru>)

Z. V. Firsova

*Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»*

## MATHEMATICAL PROBLEMS AS A MEANS OF PROFESSIONALLY IMPORTANT QUALITIES OF STUDENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES

*Proposed tasks, which are regarded as a necessary means of professionally important qualities of students of technical universities, in particular, such as the quality of original thinking.*

**Professionally important qualities (PIQ), originality of thinking, means of mathematics, open problems**

УДК 303.448+004.4'272

Е. Е. Котова

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)*

## Исследование понятийного мышления студентов технического вуза на примере формирования концептуальных моделей предметных областей

*Представлено исследование уровня владения основными операциями концептуально-логического мышления, навыками восприятия и анализа учебной информации с целью определения предназначенных для студентов стратегий овладения знаниями.*

**Учебная деятельность, познавательные процессы, восприятие информации, продуктивность интеллектуальной деятельности, онтологический анализ**

Концепция «интеллектуального потенциала», впервые предложенная Б. Г. Ананьевым [1], приобретает особую актуальность, так как интегрирует в себе психические свойства субъекта, являющиеся определяющими в интеллектуальной, в том числе учебной и профессиональной деятельности.

Наукоемкие отрасли все больше характеризуются возрастанием роли интеллектуального труда, где объектом является наукоемкая работа, требующая генерирования и применения знаний. Меняются требования к работникам интеллектуального труда, и, соответственно, к их подготов-