



УДК 517.977.5

Хлайнг Мьйо Вин

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
(Кораблестроительный институт)

Влияние сухого трения на динамику электродвигателя с жестко присоединенной инерционной нагрузкой

Описываются результаты исследования динамической модели электродвигателя с жестко присоединенной инерционной нагрузкой и сухим трением. Сухое трение в нагрузке моделируется по некулоновской идеализации – учитывается наличие отрицательного участка в характеристике трения и превышение сил трения покоя над силами трения движения. Исследование осуществлено методом точечных отображений на фазовой плоскости модели. Результаты исследования представляются в виде разбиения пространства параметров электродвигателя с нагрузкой на области качественно различного его динамического поведения.

Электродвигатель, некулоновская модель сухого трения, трение покоя, трение движения, математическая модель, разбиение пространства параметров

В приводных электродвигателях автоматических систем при малых «ползучих» скоростях перемещения нагрузки нередко наблюдаются относительно быстрые перемещения нагрузки, чередующиеся с остановками (фрикционные автоколебания). Принято считать, что причиной по-

добного динамического поведения служит сухое трение [1].

Решением задачи может стать установление причинно-следственной связи между параметрами электродвигателя с нагрузкой, параметрами сухого трения в нагрузке и возникновением того

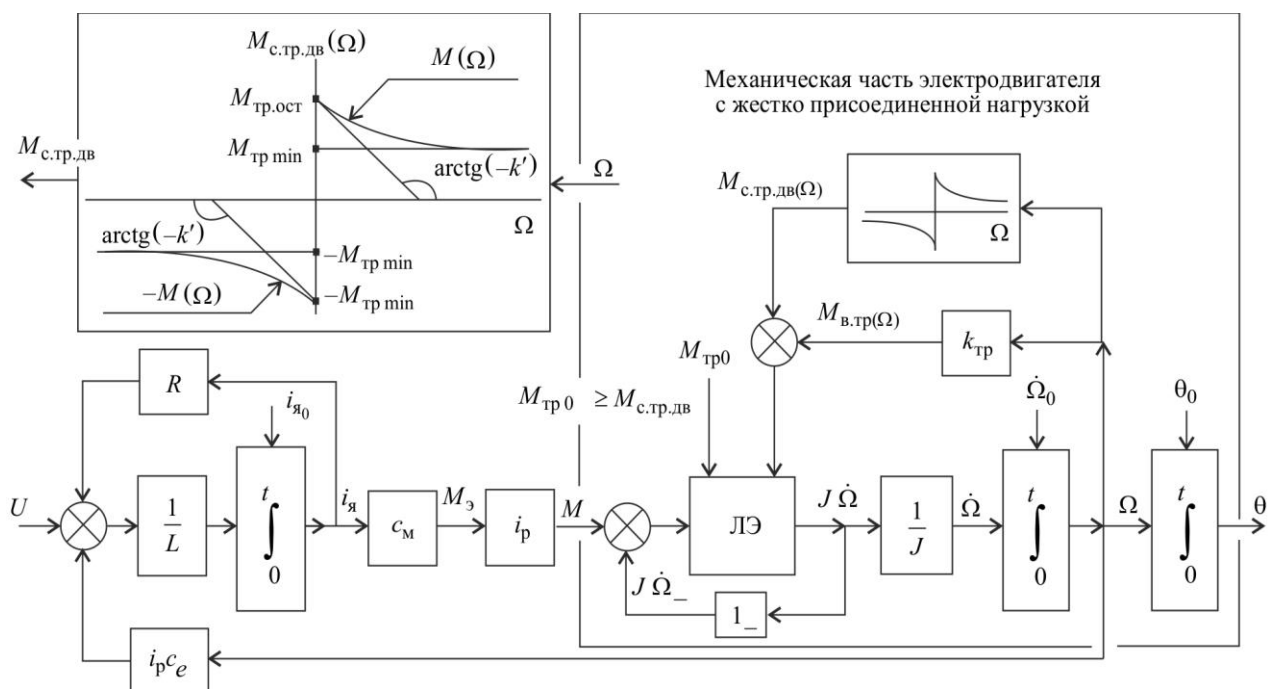


Рис. 1

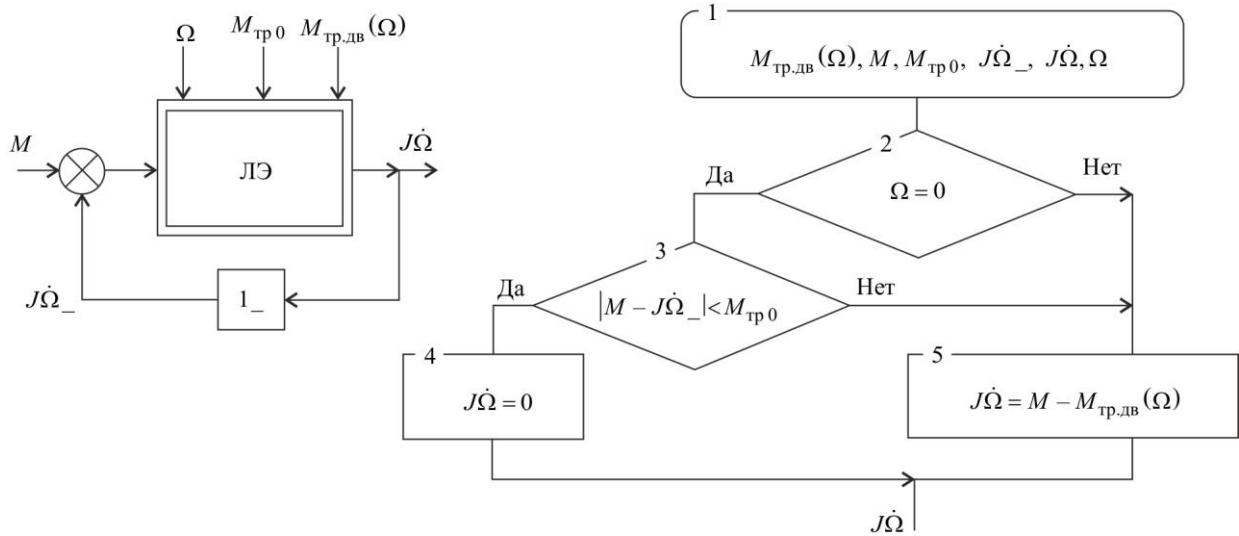


Рис. 2

или иного динамического поведения. Для решения поставленной задачи предлагается следующая математическая модель электродвигателя с нагрузкой [2], [3] (рис. 1, 2).

Модель относится к м логико-динамическому классу [2], [3]. В ней обозначены: U – входное напряжение (управляющий сигнал); $I_{я}$, Ω , θ – переменные состояния: ток якоря, угловая скорость и угол поворота нагрузки соответственно; $\dot{\Omega}$ – угловое перемещение нагрузки; c_m , c_e – передаточные коэффициенты электродвигателя по току и скорости соответственно; M – момент, приложенный непосредственно к нагрузке; $J = i_p^2 J_3 + J_H$ – параметр, характеризующий приведенную к нагрузке инерционность ротора электродвигателя (J_3) с жестко присоединенной нагрузкой (J_H); $M_{в.тр}(\Omega)$ – момент сил вязкого трения; $M_{тр.дв}(\Omega) = M_{в.тр}(\Omega) + M_{с.тр.дв}(\Omega)$ – момент сил трения при движении; $M_{с.тр.дв}(\Omega) = M(\Omega) \text{sign}(\Omega)$ – момент сил сухого трения при движении, где $M(\Omega)$ – положительно вогнутая убывающая функция; $M_{тр0}$ – момент сил трения покоя; $M_{тр.ост} \leq M_{тр0}$ – момент сил сухого трения при остановке; $M_{тр\min} \leq M_{тр.ост}$ – минимальное значение момента сил сухого трения при движении; $k_{тр}$, k' – параметры, характеризующие вязкое трение и «отрицательность» характе-

ристики сухого трения; i_p – передаточное число редуктора; $J\dot{\Omega}_-$ – предыстория, т. е. предыдущее значение инерции на момент определения последующего значения; R , L – параметры, характеризующие активное и индуктивное сопротивление обмотки якоря соответственно; ЛЭ – характеризует логическую часть модели с алгоритмом функционирования, представленным на рис. 2.

В действительности существует еще ряд уравнений, обусловленных реакцией якоря, токами в коммутируемой секции и др. Однако, как показывает практика, они (в соответствии с целью исследования) не оказывают существенного влияния на рассматриваемую динамику электродвигателя.

Результаты исследования представляются в виде разбиения пространства параметров электродвигателя с нагрузкой на области качественно различного его динамического поведения.

Предварительное разбиение было проведено по типу состояния равновесия $M = M_{ст}$, $\Omega = \Omega_{ст}$ (точке пересечения нагрузочной характеристики электродвигателя с характеристикой внешнего трения). Тип состояния равновесия определялся по характеристическому полиному

$$JL\lambda^2 + \left[RJ + L \left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} \right] \lambda^1 + \left[i_p^2 c_e c_m + R \left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} \right] \lambda^0,$$

где λ – корень полинома; $(k_{тр} - k') \leq \left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} < k_{тр}$ – производная функции

$M_{тр.дв}(\Omega)$ в точке равновесия $M = M_{ст}$, $\Omega = \Omega_{ст}$.

Граничная поверхность, разделяющая области с единственным состоянием равновесия: «устойчивый фокус» и «устойчивый узел», определялась условиями

$$\left[\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} - \frac{JR}{L} \right]^2 = \frac{4Ji_p^2 c_e c_M}{L} \quad (1)$$

при $\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{JR}{L} > 0$.

1. Граничные поверхности области с единственным неустойчивым состоянием равновесия («неустойчивый фокус» или «неустойчивый узел») определялись условиями:

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{i_p^2 c_e c_M}{R} = 0; \quad (2)$$

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{JR}{L} = 0, \quad (3)$$

оба уравнения – при $\frac{JR}{L} < \frac{i_p^2 c_e c_M}{R}$.

2. Граничная поверхность области с двумя состояниями равновесия («седло» и «неустойчивый узел») определялась условиями

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{i_p^2 c_e c_M}{R} = 0 \text{ при } \frac{JR}{L} < \frac{i_p^2 c_e c_M}{R};$$

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{JR}{L} = 0 \text{ при } \frac{JR}{L} > \frac{i_p^2 c_e c_M}{R}.$$

3. Граничная поверхность области с двумя состояниями равновесия («седло» и «устойчивый узел») определялась условиями:

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{i_p^2 c_e c_M}{R} = 0,$$

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{JR}{L} = 0,$$

оба уравнения – при $\frac{JR}{L} > \frac{i_p^2 c_e c_M}{R}$.

В области, ограниченной условиями

$$\left[\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} - \frac{JR}{L} \right]^2 < \frac{4Ji_p^2 c_e c_M}{L},$$

$$\left(\frac{dM_{тр.дв}}{d\Omega} \right)_{\Omega=\Omega_{ст}} + \frac{JR}{L} > 0$$
 – состояние равнове-

сия «устойчивый фокус», экспериментом были обнаружены автоколебания. Для получения уравнения граничной поверхности, разделяющей данную область по достаточному признаку отсутствия автоколебаний, были введены обобщенные параметры $A = k_{тр} - k'$, $\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}/\text{рад}$; $B = JR/L$, $\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}/\text{рад}$; $C = i_p^2 c_e c_M / R$, $\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}/\text{рад}$.

Методом точечного отображения на фазовой плоскости в обобщенных параметрах A, B, C было получено уравнение граничной поверхности

$$C \exp \left[\frac{2(A+B)}{\sqrt{4BC-(A-B)^2}} \arctg \frac{\sqrt{4BC-(A-B)^2}}{A+B} \right] = B \exp \left\{ \frac{2(A+B)}{\sqrt{4BC-(A-B)^2}} \times \left[\arctg \left(-\frac{A\sqrt{4BC-(A-B)^2}}{2BC+AB-A^2} \right) + 2\pi \right] \right\} \quad (4)$$

при $A + B > 0$.

На рис. 3 представлена структура разбиения пространства параметров при $C = \text{const}$. На рис. 4 представлен фрагмент (рис. 3, прямоугольная область на пересечении осей) структуры разбиения пространства параметров при $C = 40 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}/\text{рад}$.

На рис. 3 граничные линии, представляющие собой следы от пересечения поверхностей (1)–(4), плоскостью, обозначены цифрами 1–4 соответственно. Для областей, оставленных без штриховки (рис. 3, 4), фрикционные автоколебания невозможны – электродвигатель перемещает нагрузку плавно, без остановок, с любой сколь угодно малой скоростью. На рис. 3 область А – состояние равновесия типа «устойчивый фокус»; область Б – отсутствие фрикционных колебаний, самопроизвольное прекращение движения при малых значениях управляющего сигнала; область В – состояние равновесия типа «устойчивый

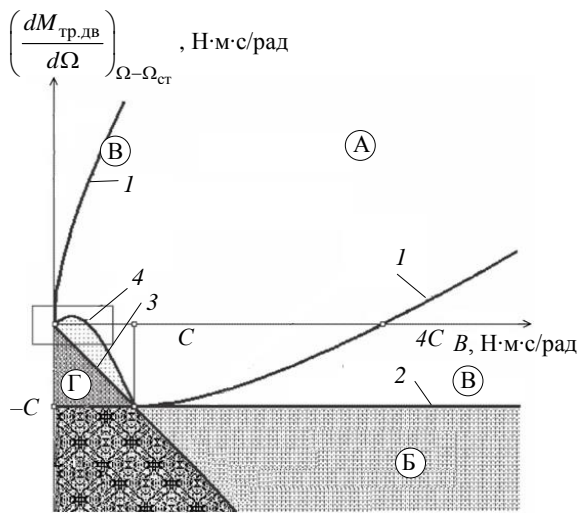


Рис. 3

узел»; область Г – фрикционные колебания при неустойчивом состоянии равновесия и (или) самопроизвольное прекращение движения при малых значениях управляющего сигнала.

Экспериментальная часть. Для примера допустим, что электродвигатель с нагрузкой имеет следующие параметры: $J = 1.85 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2 / \text{рад}$, $c_e = 0.043 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{рад}$, $c_M = 0.028 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{А}$, $R = 2.7 \text{ В} / \text{А}$, $L = 5 \cdot 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{с} / \text{А}$; $k_T = 4 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад}$, $k' = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад}$. Значения обобщенных параметров при этом будут: $A = 3 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад}$, $B = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад}$, $C = 40 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад}$ – точка 1 на рис. 4. В модели присутствуют автоколебания (представлено на рис. 5).

Автоколебания можно устранить, например, увеличением параметра J до значения $J = 9.96 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2 / \text{рад}$ (соответственно увеличением параметра B до значения $B = 5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад}$) – точка 2 на рис. 4. При данных параметрах автоколебания в модели отсутствуют (представлено на рис. 6). На практике это достигается увеличением веса маховика на валу электродвигателя.

Аналогично можно избавиться от автоколебаний увеличением параметра $k_{тр}$ (и, соответственно, параметра $A = k_{тр} - k'$) (рис. 4). На практике этого можно достичь применением дополнительного устройства, например «крыльчатки» на валу электродвигателя.

Избавиться от автоколебаний можно и уменьшением параметра $C = i_p^2 c_e c_M / R$ (рис. 4), однако это приведет к замене приводного двигателя, что не всегда осуществимо на практике.

Избавиться от автоколебаний можно и уменьшением параметра J (уменьшением параметра B , соответственно) (рис. 4). Это потребует снижения массы нагрузки, что на практике трудно

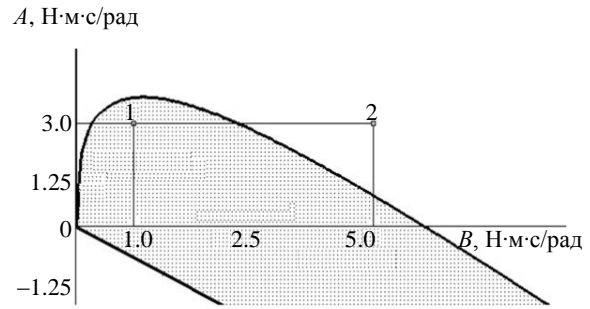


Рис. 4

осуществимо.

Полученные автоколебания существенно отличаются от автоколебаний, возникающих из-за присутствия в характеристике внешнего трения отрицательного участка. Данные автоколебания могут исчезнуть под внешним воздействием (например, встряхиванием, толчком, ударом и т. п.), достаточным для того, чтобы модель попала в область притяжения устойчивой точки равновесия. И наоборот, автоколебания могут возникнуть, если внешним воздействием модель будет переведена в область притяжения устойчивого предельного цикла.

Бурное развитие вычислительной техники и информационных технологий привело к появлению высокоэффективных программных вычислительных средств широко используемых при решении сложных научно-технических задач. Одна-

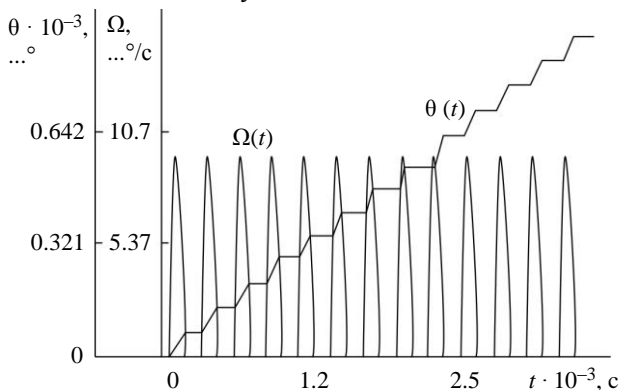


Рис. 5

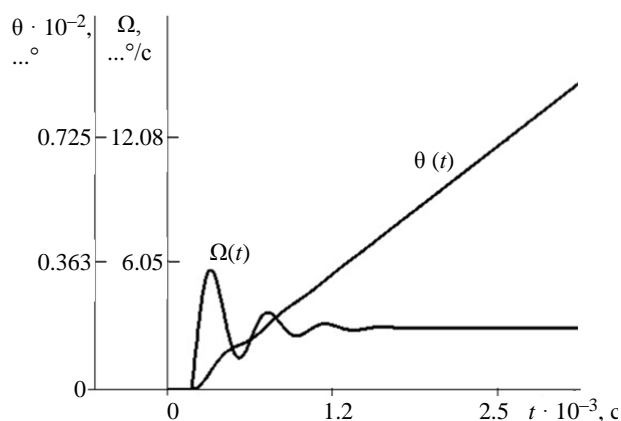


Рис. 6

ко при всей своей универсальности данные методы не могут претендовать на достаточную общность и абсолютную достоверность получаемых с их помощью результатов. С другой стороны, строгие методы, опирающиеся на решение задачи в

виде математического выражения – обобщающей идеи, позволяют перейти на более глубокий уровень понимания явления, получить о явлении новую информацию и выработать в отношении явления концепции, допускающие обобщения.

С этой точки зрения представленные в данной работе результаты, полученные на основе точного аналитического метода, позволяют наглядно «увидеть» взаимосвязь параметров модели с ее динамическим поведением и достаточно легко определить значения параметров, при которых возникнет то или другое динамическое поведение электродвигателя с нагрузкой.

Полученные результаты позволяют более обоснованно подойти к разработке и проектированию сложных современных автоматических систем, упростить их настройку и наладку, сделать их эксплуатацию более надежной и безопасной, что имеет важное народно-хозяйственное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крагельский Н. В., Щедров В. С. Развитие науки о трении (сухое трение). М.: АН СССР, 1956. 234 с.
2. Шамберов В. Н. Влияние сухого трения на устойчивость работы машин // Проблемы машиноведения: точность, трение и износ, надежность, перспективные технологии / Институт проблем машиноведения РАН. СПб.: Наука, 2005. 488 с.
3. Шамберов В. Н. Фрикционные колебания в следящих приводах с электродвигателем // Проектирование и технология электронных средств. 2005. № 3. С. 50–55.
4. Хлаинг Мьё Вин. Динамическое поведение электропривода с сухим трением в нагрузке // Междунар. союз ученых «Наука. Технологии. Производство». 2014. № 3. С. 74–78.
5. Хлаинг М. В., Шамберов В. Н. Моделирование и исследование динамики электропривода с сухим трением в нагрузке // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. науч. тр. VIII Междунар. науч. конф. Воронеж: Воронеж. гос. техн. ун-т, 2015. С. 374–377.
6. Хлаинг М. В., Шамберов В. Н. Математическая модель электродвигателя с жестко присоединенной инерционной нагрузкой // Вестн. Воронеж. гос. техн. ун-та. 2015. Т. 11, № 15. С. 67–72.
7. Хлаинг М. В. Моделирование и исследование динамики электропривода с инерционной нагрузкой и сухим трением // Тр. Санкт-Петерб. гос. морского техн. ун-та. 2015. Вып. 3 (Тр. ЛКИ. Вып. 266). С. 41–48.

Hlaing Myo Win

State Marine Technical University of St. Petersburg (Shipbuilding Institute)

DRY FRICTION'S IMPACT INTO DYNAMICAL BEHAVIOR OF ELECTRO-MOTOR WITH HARD-CONNECTED INERTIAL LOAD

The results of investigation of electro-motor (with hard-connected inertial load and dry friction) dynamical model are brought in to consideration. Dry friction in the load is modeled according to non-Coulomb idealization. It considers not only the presence of negative friction, but also the excess of state friction over the movement friction. The research is carried out by the point transform method in the model's phase space. The results of the investigation are represented as "partition" of parameters' space into the areas of its qualitatively different dynamic behavior.

Electro-motor, non-Coulomb dry friction model, state friction, movement friction, mathematic model of the electro-motor, "partition" of parameters' space of the electro-motor