



УДК 611.08; 611.018+611.214

Г. Г. Иванова, М. К. Касумова

Санкт-Петербургский институт стоматологии последипломного образования

Э. П. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Информационные технологии при идентификации структуры твердых тканей зубов в системном представлении: уточнение физико-математической модели с целью ее идентификации*

Для уточнения физико-математической модели (ФММ) твердых тканей зубов (ТТЗ) с целью ее последующей идентификации приводятся и анализируются результаты измерений параметров шлифов зубов на основе координатно-информационно-измерительного комплекса (КИИК). По функциональному назначению КИИК является аналогом дигитайзера, в отличие от которого преобразует в цифровой код сопротивление исследуемого объекта в каждой точке. К измеряемым параметрам относятся значения активных сопротивлений в дискретных точках шлифа, получаемые в результате построчного или иного сканирования поверхности шлифов зубов. Приводятся результаты сравнения использования электрических зондирующих сигналов (ЗС) и рентгеновской томографии, а также рекомендации, позволяющие снизить погрешность измерений из-за влияющих факторов при проведении эксперимента с электрическим ЗС. По результатам эксперимента уточняются вид и параметры аппроксимирующего конуса структуры ТТЗ при синтезе ФММ ТТЗ. Благодаря созданию графического образа исследуемого биообъекта на основе электрического ЗС выявлена фрактальная закономерность строения структуры ТТЗ.

Координатно-информационно-измерительный комплекс, физико-математическая модель, влияющие факторы, погрешность измерения, экспериментальные данные, фрактальная закономерность

Известно, какую роль играют аналого-цифровые средства измерений, составляющих, наряду с компьютером, методами количественного описания, включая синтезируемые физико-математические модели и программное обеспечение, основу информатизации в медицине и в морфологических исследованиях биообъектов [1] на базе современных информационных технологий. Логическая цепочка, представленная в [2] в виде последовательности событий и сопровождающих их действий (описание возникшей проблемы на естественном языке → математическая формализация → программирование, включая компиляцию для компьютера исходной программы, → итоговое представление результатов для дальнейшего использования), наглядно, но упрощенно, иллюстрирует основу информационных технологий. Для дальнейшего развития информатизации, включая переход к интеллектуальному анализу и далее к искусственному интеллекту, простого описания решаемой проблемы на естественном языке уже недостаточно, так как даже на уровне постановки проблемы требуется предварительно провести комплекс исследований, содержащий в совокупности все вышеперечисленные действия. Так, в [1] ставится и анализируется

зация → программирование, включая компиляцию для компьютера исходной программы, → итоговое представление результатов для дальнейшего использования), наглядно, но упрощенно, иллюстрирует основу информационных технологий. Для дальнейшего развития информатизации, включая переход к интеллектуальному анализу и далее к искусственному интеллекту, простого описания решаемой проблемы на естественном языке уже недостаточно, так как даже на уровне постановки проблемы требуется предварительно провести комплекс исследований, содержащий в совокупности все вышеперечисленные действия. Так, в [1] ставится и анализируется

* Продолжение. Начало в № 5, 6/2018.

проблема идентификации твердых тканей зубов (ТТЗ) в интересах решения задачи автоматизации диагностики и установлена зависимость решения задачи синтеза ФММ ТТЗ от методов и способов получения результатов измерения на основе оптического и электрического зондирующих сигналов (ЗС). В отличие от [1], в [3] в соответствии с проведенным анализом раскрыты возможности электрического ЗС для решения задачи синтеза адекватной ФММ с целью количественного описания структуры ТТЗ, причем в [3] решена задача синтеза ФММ, в соответствии с которой можно теоретически вычислить изменение сопротивления при поперечном сечении зуба для случая, когда при радиальном сканировании шлифа зуба электрод смещается в пределах его сечения по прямой линии, совпадающей с так называемой осью ориентации зуба. Если же при определении вероятности попадания расходящихся под углом φ дентинных трубочек (ДТ) в ТТЗ под площадь электрода линия сканирования не совпадает с осью ориентации зуба, то из-за анизотропии распределения ДТ будет возникать методическая погрешность вычисления сопротивления по полученной в [3] ФММ. Причина возникновения погрешности обусловлена нарушением установленной адекватности описания равномерной плотностью распределения вероятностей (ПРВ) динамики угла φ . Для уточнения ФММ [3] при сканировании шлифа зуба по прямой, не совпадающей с осью ориентации зуба, необходимо провести дополнительный анализ с учетом имеющейся информации о реальном изменении сопротивления ТТЗ в пределах исследуемого шлифа. В [3] показано, что информацию о реальном изменении сопротивления и, следовательно, о структуре ТТЗ можно экспериментально извлечь в режиме *in vitro* на основе разработанного и изготовленного координатно-информационно-измерительного комплекса (КИИК). По функциональному назначению КИИК служит аналогом известного специалистам дигитайзера [4], в отличие от которого в каждой точке исследуемого биообъекта преобразует в цифровой код значение сопротивления на основе электрического ЗС.

Таким образом, к измеряемым параметрам относятся значения активных сопротивлений в дискретных точках шлифа, получаемых в результате построчного или иного сканирования поверхности шлифов зубов. Основное отличие

КИИК от дигитайзера, помимо способа получения соответствующей информации, состоит в том, что результаты измерений вводятся в компьютер верхнего уровня через разъем USB из запоминающего устройства КИИК, где они накапливаются в процессе проведения эксперимента в нереальном масштабе времени. Данное разделение во времени между экспериментом и обработкой его результатов для решаемой задачи несущественно и связано в первую очередь с особенностью поставленной цели эксперимента. В [3] уже была отмечена зависимость синтезируемой ФММ от способа сканирования распределенного в пространстве исследуемого биообъекта. Способов сканирования может быть достаточно много, так как фиксация в цифровом виде координат и искомой измеряемой величины в каждой точке съема информации с биообъекта позволяет в дальнейшем программно обрабатывать полученные результаты по любому алгоритму. И здесь уже возникает вопрос о выборе адекватного алгоритма обработки результатов измерений исходя из ожидаемых результатов, критериев сложности, достоверности получаемой информации. Среди способов сканирования с точки зрения удобства получения и обработки информации наиболее распространены радиально-круговое и построчное сканирование поверхности шлифа зуба. При использовании КИИК значения сопротивлений в каждой точке исследуемого биообъекта – шлифа зуба измерялись с применением строчной развертки с помощью «игольчатого» электрода в дискретных точках с минимальным шагом дискретизации 0.1 мм при фиксации координат электрода с помощью так называемого водила [3]. Наличие неравномерности распределения ДТ из-за анизотропии структуры ТТЗ приводит к зависимости результатов измерения сопротивления при построчном сканировании поверхности шлифа от ориентации раstra сканирования (т. е. представления значений сопротивлений в виде точечной структуры) относительно расположения шлифа зуба на предметном столике. Факт анизотропии ДТ отчетливо иллюстрируется при визуальном анализе приведенной на рис. 1 фотографии шлифа зуба на фоне регулярного геометрического теста [1] с программным усилением контрастности искаженных линий теста при прохождении оптического сигнала через шлиф зуба. Четкость линий клеточек теста, как это следует из

рис. 1, проявляется в выделенной области шлифа, в которой длина ДТ достигает наименьшего отклонения от толщины h_0 шлифа, т. е. в области, содержащей главную точку роста зуба [3]. В отличие от микроскопических визуальных и иных исследований, например выполненных на основе оптического ЗС [5], [6], анизотропию структуры ТТЗ можно количественно оценить по показаниям КИИК при измерении искомым сопротивлений электрическому току, выполняемых в результате перемещения электрода по поверхности шлифа. На основании анализа структуры ТТЗ, выполненного посредством КИИК, с учетом известной информации [1] приведем следующий перечень гипотез и экспериментально обнаруженных фактов, объясняющих анизотропию и положенных в основу синтеза ФММ ТТЗ.

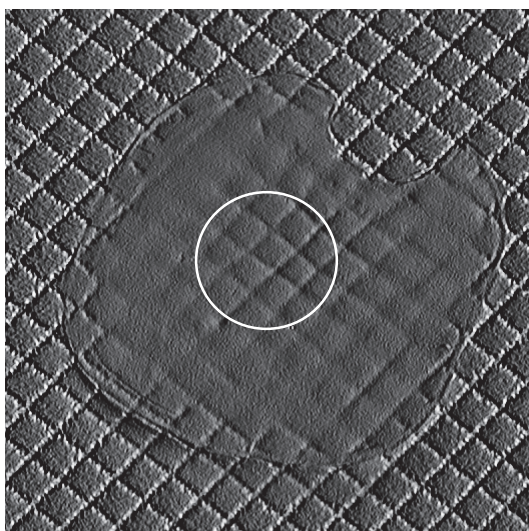


Рис. 1

1. Существование в структуре ТТЗ локальных областей, подобных фонону [5], с осями симметрии (роста) зуба включая главную ось симметрии, относительно которых в этих локальных областях происходит расхождение ДТ в пределах сектора – створа с определенной угловой апертурой в направлении от пульпы через дентин к эмали [3].

2. Наличие оси ориентации зуба в зубной системе для моляров и премоляров, совпадающей с прямой, проходящей через геометрический центр шлифа и главную точку роста зуба [3] (ось ориентации предположительно близка к касательной к зубной дуге).

3. Число локальных областей (фононов) ТТЗ для моляров и премоляров коррелировано с количеством бугорков на коронке зубов [5], [6].

4. Существование осей роста зуба и принадлежащих им точек роста, в окрестностях которых формируются фоконы с наибольшей геометрической регулярностью структуры ДТ и, следовательно, с наименьшим активным сопротивлением при проведении измерений электрометрическим методом [3].

5. Преобладание с большой вероятностью (преимущественно для моляров) проводимости в направлении одной из осей роста зуба, определяемой как главная (ее проекция в виде главной точки роста зуба приведена на рис. 2), над остальными, вспомогательными осями роста зуба (рис. 3 с трехмерным графиком фрагмента шлифа с зонами одинакового оттенка для измеренных сопротивлений с указанными в килоомах на оцифрованной шкале значениями, отложенными по оси z , причем ввиду повторяемости оттенков шкалы отсчет следует начинать с наименьшего значения).

6. Нарушение при проведении эксперимента установленной с помощью ФММ закономерности изменения проводимости ТТЗ в пределах шлифа зуба в результате воздействия электрического ЗС из-за наличия изменений структуры ТТЗ включая патологические, например при склерозировании дентина [7].

7. Существенная зависимость структуры ТТЗ (числа фоконов, значения угловой апертуры и других параметров ФММ) от типа зуба.

8. Статистическая регулярность структуры ДТ, образующая фонон в пределах относительно малых углов створа и формирующая при оптическом ЗС в скрещенных поляризаторах полярископа [5] классическую коноскопическую картину.

Таким образом, вопрос о наличии и положении осей симметрии в теле зуба экспериментально подтвержден при использовании оптического и электрического ЗС. Необходимо уточнить для устранения путаницы в терминах, что вектор оси роста зуба и вектор симметрии, определяющие направление створа в локальной области ТТЗ, совпадают между собой, однако несут разную смысловую нагрузку. Термин «ось симметрии» характеризует геометрию расположения ДТ в пределах локальной области зуба относительно оси конуса – фокона, вершина которого направлена к пульпе и далее к условному центру сопротивления зуба [3]. Заметим, что створ в виде сектора формируется в результате сечения конуса плоскостью, в том числе проходящей через его ось. Ось роста предположительно определяет биологическую функцию локальной области зуба,

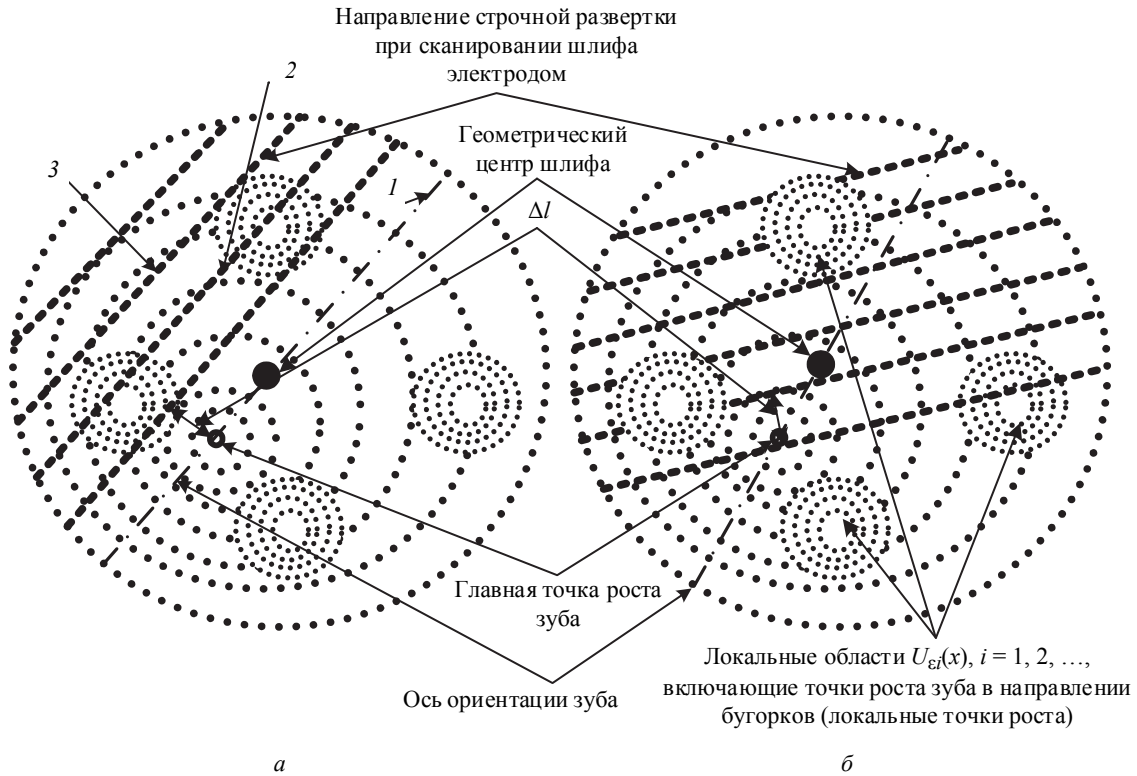


Рис. 2

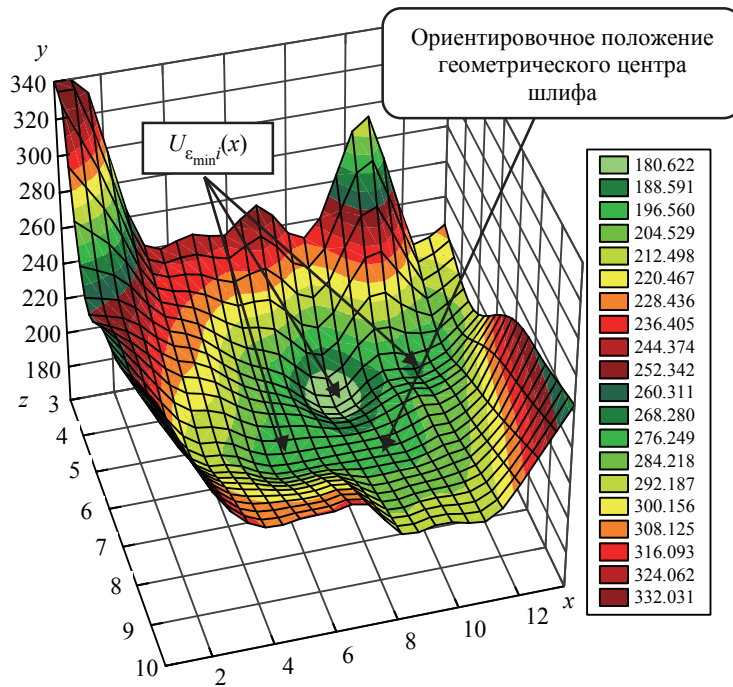


Рис. 3

аппроксимируемую в виде конуса, связанную с трофикой и механической прочностью ТТЗ, что и определяет преимущественное направление роста ТТЗ в период развития и формирования зуба. В соответствии с [5], [6], по результатам обнаружения в отдельных точках исследуемых шлифов с помощью оптического ЗС коноскопических картин в виде мальтийских крестов, относящихся к особым

визуальным признакам наличия фокона, как раз и можно делать выводы о существовании осей роста зуба. Оси роста зуба связаны и с другими аналогичными признаками, обнаруженными с помощью электрических ЗС, а именно с относительным снижением сопротивления (рис. 3 и 4). На рис. 3 по оси y отложено сопротивление [кОм], по оси x и z – количество шагов (шаг дискретизации – 0.4 мм).

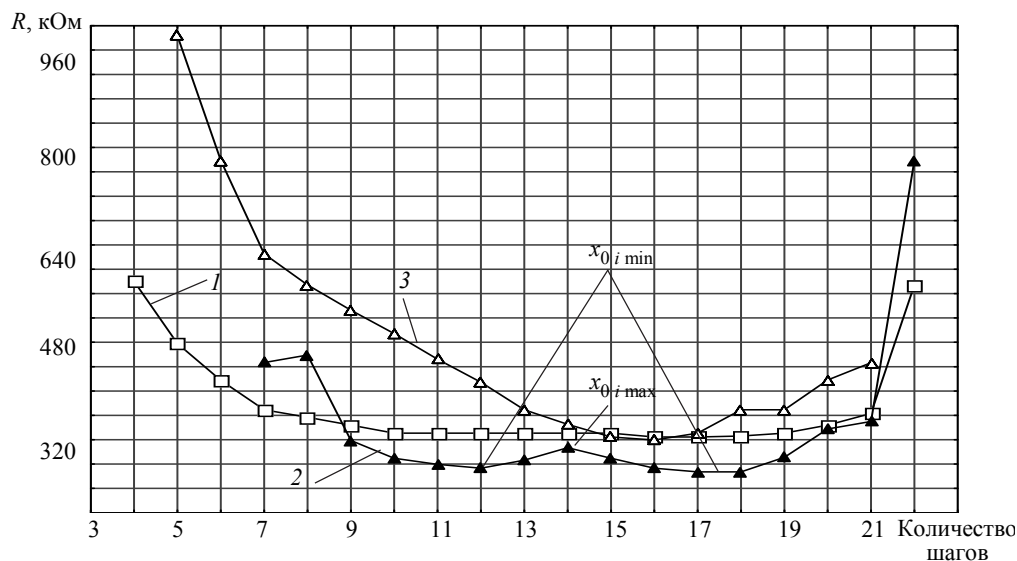


Рис. 4

Наличие нескольких осей симметрии и обнаруженных с помощью оптических ЗС нескольких мальтийских крестов на шлифе зуба следует из того факта, что коронка зуба имеет соответствующее число бугорков, коррелирующих в свою очередь с неровной поверхностью пульпы.

В [3] при определении вероятности попадания ДТ под площадь электрода, которая лежит в основе синтеза ФММ ТТЗ в выделенном сечении шлифа, подразумевалось, что электрод в данном сечении смещался по прямой линии, совпадающей с осью ориентации зуба. При сканировании шлифа по прямой, не совпадающей с осью ориентации зуба, адекватность определения вероятности попадания ДТ под площадь электрода и, следовательно, адекватность полученной в [3] ФММ ТТЗ может нарушаться.

Для оценки степени нарушения адекватности полученной ФММ при сканировании шлифа по прямой, не совпадающей с осью ориентации зуба, для ее последующей коррекции необходимо установить априорную информацию о реальном изменении сопротивления в пределах всего исследуемого шлифа. Для этого на рис. 2, а и б по полученной априорной информации на основе использования оптического ЗС [5] схематично приведены примеры расположения раstra сканирования шлифа зуба при измерении сопротивлений в точках шлифа, определяемых в соответствии со строчной разверткой. Сканирование в соответствии с рис. 2, а можно определить как оптимальное сканирование в направлении, совпадающем с направлением оси ориентации зуба, в отличие от неоптимального сканирования рис. 2, б, следствием которого становится нарушение адек-

ватности полученной в [3] формулы для определения вероятности попадания ДТ под площадь электрода. Для того чтобы оценить динамику изменения результатов измерения сопротивления в дискретных точках при строчном сканировании поверхности шлифа, на рис. 4 представлены соответствующие данные эксперимента. Отметим, что графики, приведенные на рис. 3 и 4, получены в результате исследования шлифов разных зубов, причем толщина шлифов не совпадает. Графики 1–3 на рис. 4 соответствуют схематично отмеченным на рис. 2 аналогичным номерам строк сканирования поверхности шлифа. График 1 на рис. 4 соответствует результатам измерений, полученным по линии, близкой к оси ориентации зуба 1, но не совпадающей с ней. График 2 получен при сканировании в направлении, совпадающем с линией, проходящей через локальные области зуба (фоконы) шлифа, в которых наблюдается понижение сопротивления, причем интервалы, в пределах которых наблюдаются отмеченные понижения сопротивлений, по значению не совпадают. Этот факт объясняется различием путей пересечения прямой сканирования шлифа при проведении измерений указанных на рис. 2 фоконов. Кроме того, значения параметров локальных областей для одного и того же зуба также в основном не совпадают. Этот факт подтверждается в соответствии с экспериментально полученным графиком, приведенным на рис. 3. Некоторая асимметрия графика 2 на рис. 4 (по оси y отложено сопротивление, по оси x – количество шагов, шаг дискретизации – 0.4 мм) также объяснима асимметричным направлением прохождения электродом

локальных областей шлифа зуба при строчном сканировании (строка 2 на рис. 2). Все три графика, приведенные на рис. 4, обладают непрерывностью, что говорит в первую очередь об отсутствии патологий, нарушающих норму структуры ТТЗ. Данный факт подтверждается также приведенными в [8] результатами эксперимента.

Для того чтобы скорректировать соответствующие формулы при определении ФММ ТТЗ в [3] применительно к разным сечениям шлифа, обратим внимание в процессе анализа на следующие характерные с точки зрения математики общие свойства для приведенных на рис. 4 графиков, полученных в результате интерполяции результатов измерений посредством КИИК сопротивлений в дискретных точках шлифа с равномерным шагом (интервалом) дискретизации в направлениях сканирования электродом шлифа зуба, схематично показанных на рис. 2.

1. Все графики описывают восстановленные операцией интерполирования функции, которые для состояния нормы ТТЗ обладают свойством непрерывности, интуитивно понятным из рис. 4.

2. На границах отрезков определения все приведенные на рис. 4 графики приобретают максимальные значения (для графика 2 – с учетом того, что все графики получены экспериментально, точка незначительного понижения графика из рассмотрения исключается).

3. В зависимости от направления сканирования одного и того же шлифа (см. рис. 2) графики трансформируются от одного вида к другому (см. рис. 4 с графиками 1–3), содержащему локальные экстремумы (максимумы или минимумы) (рис. 5) при прохождении электродом локальных областей $U_{ei}(x)$, $i = 1, 2, \dots$, включающих точки роста зуба в направлении бугорков (локальные точки роста), расположенных на коронке зуба (напомним, что некоторая точка x_{0i} называется точкой локального максимума $f(x_{0i})$ или локального минимума графика функции $f(x)$, если выполняются условия: для всех x , принадлежащих локальной области $U_{ei}(x)$, $i = 1, 2, \dots$, $f(x_{0i}) \geq f(x)$ или $f(x_{0i}) \leq f(x)$ соответственно, причем для первого условия $x_{0i} = x_{0i_{max}}$, а для второго – $x_{0i} = x_{0i_{min}}$).

4. Если в пределах локальной области $U_{ei}(x)$ существует множество точек, идущих подряд и принадлежащих связному подмножеству локальной области $U_{ei}(x)$, в котором значения $f(x_{0i})$ совпадают, то для определения точки экстремума

выбирается усредненное по указанному множеству точек положение точки x_{0i} .

5. Число локальных экстремумов на графике, возникающих в процессе сканирования электродом шлифа зуба, за исключением граничных максимальных значений, определяется количеством пересекаемых при сканировании локальных областей $U_{ei}(x)$, $i = 1, 2, \dots$, содержащих локальные точки экстремума (см. рис. 2).

6. Экстремумы графиков равны минимуму в точке, принадлежащей фонону, сформированному в окрестности оси (вектора) роста или оси симметрии локальных областей $U_{e_{min}i}(x)$, $i = 1, 2, \dots$, ТТЗ зуба (рис. 2–5).

7. Экстремумы графиков, за исключением граничных, соответствуют максимуму в точках, принадлежащих границам соседних локальных областей $U_{e_{min}i}(x)$ и $U_{e_{min}j}(x)$, $i \neq j$, которые в свою очередь содержат локальные точки роста зуба (рис. 2–5) в направлении бугорков, расположенных на коронке зуба.



Рис. 5

Выделенные и перечисленные свойства, которые, как показали выполненные на основе различных ЗС [1] эксперименты, устойчиво связаны с морфологией ТТЗ, поэтому их можно использовать в качестве признаков для синтеза общей ФММ ТТЗ и ее идентификации по конкретному исследуемому зубу на основе экспериментальных данных. С учетом сформулированных свойств по экспериментально полученным графическим за-

висимостям, а также используя методику синтеза ФММ, описывающую структуру ТТЗ в сечении шлифа, совпадающем с осью ориентации зуба [3], определим следующие действия, лежащие в основе общей методики синтеза ФММ при строчном сканировании шлифа зуба параллельно его оси ориентации.

1. По графику, описывающему после интерполяции результатов измерений сопротивлений в дискретных точках динамику результатов измерения в выбранном направлении сканирования шлифа, подсчитывается число локальных экстремумов r_{0i} , $i = 0, 1, 2, \dots$ включая граничные.

2. Если на экспериментально полученном графике существует только два граничных максимума $r_{00_{\max}}$ и $r_{02_{\max}}$ и одно минимальное значение $r_{01_{\min}}$, то с учетом визуального контроля делается вывод о совпадении (или близости) направления сканирования с осью ориентации зуба и используют для синтеза ФММ формулу для вычисления вероятности попадания ДТ под площадь электрода, полученную в [3].

3. Если число локальных максимумов, включая граничные, больше двух, то отрезок, определяющий область определения графика (функции), делится на множество локальных отрезков $[r_i, r_{i+1}]$ при $i = 0, \dots, m$, границы которых совпадают с точками, в которых график достигает локального максимума, причем конечная точка предыдущего отрезка совпадает с начальной точкой последующего отрезка, при объединении которых выполняется условие

$$\bigcup_{i=1}^{i=m-1} [r_i, r_{i+1}] = [r_0, r_{III}],$$

где $\bigcup_{i=1}^{i=m-1}$ – символ объединения; $[r_0, r_{III}]$ – отрезок, совпадающий в зависимости от условия сканирования шлифа либо с хордой, либо с диаметром аппроксимирующей шлиф окружности [3] при $r_0 = 0$ (случай аппроксимации шлифа эллипсом не рассматривается).

4. В пределах каждого локального отрезка находится точка, в которой график имеет локальный минимум.

5. Точки локального минимума делят соответствующие локальные отрезки $[r_i, r_{i+1}]$ для всех i на две части, которые могут и совпадать по значению, если прямая сканирования проходит через

центр локальной области $U_{\varepsilon_{\min}^i}(x)$, причем в зависимости от направления движения электрода, если в первой части график убывает, то во второй части – возрастает, и наоборот.

6. Из множества ДТ, направленных к коронке зуба в выбранном локальном отрезке $[r_i, r_{i+1}]$ с учетом условия достижения графиком (рис. 4) локального минимума, в окрестности соответствующей точки $x_{0i_{\min}}$ ДТ «пронизывают» шлиф с наибольшей концентрацией (плотностью), поэтому в пределах выделенного локального отрезка [3, рис. 6] относительно $x_{0i_{\min}}$ ДТ находится створ расхождения ДТ и по аналогии со световым пучком определяется его угловая апертура $(\varphi_{1i_{\max}} + \varphi_{2i_{\max}})$.

7. Случайные величины, определяющие углы расхождения ДТ в пределах выделенной угловой апертуры на каждом локальном отрезке $[r_i, r_{i+1}]$, независимы и подчиняются равномерному закону распределения вероятностей.

8. На основании метода, представленного в [3], для случая сканирования параллельно оси ориентации зуба (рис. 5) в пределах каждого отрезка $[r_i, r_{i+1}]$ для всех i , определяется вероятность попадания ДТ под площадь электрода в соответствии с уточненной формулой [3, (12)] в виде

$$P(\mu_i - \mu_3 \leq \mu_i \leq \mu_i + \mu_3) \approx \frac{\arctg \left\{ \frac{2\mu_3}{1 + [(\mu_i + \Delta\mu_i)^2 - \mu_3^2]} \right\}}{\varphi_{1i_{\max}} + \varphi_{2i_{\max}}} \quad (1)$$

при $-\mu_{III} \leq \mu_i \leq \mu_{III} - \Delta\mu_i$,

где $\mu_i = r_i/h_{id}$ – безразмерная величина; $\mu_{III} = r_{III}/h_{id}$; r_{III} – радиус аппроксимирующей шлиф зуба окружности или половина ее хорды; $\mu_3 = r_3/h_{id}$; $\Delta\mu_i = \Delta_i/h_{id}$; $\mu_i = r_i/h_{id}$, причем $r_i \in [r_i, r_{i+1}]$; r_3 – радиус электрода; h_{id} – высота аппроксимирующего ДТ конуса, совпадающая с осью роста зуба [3], которая для хорды должна быть скорректирована в соответствии с локальной областью $U_{\varepsilon_{\min}^i}(x)$; Δ_i – смещение локального минимума $x_{0i_{\min}}$ относительно середины отрезка $[r_i, r_{i+1}]$, причем $|\Delta_i| \geq 0$; $(\varphi_{2i_{\max}} + \varphi_{1i_{\max}})$ – угловая апертура асимметричного створа ДТ, формируемого относительно локального минимума $x_{0i_{\min}}$ в преде-

лах i -й локальной области (фокона) $U_{\text{emin}}(x)$, совпадающей для оси ориентации зуба с диаметром аппроксимирующей шлиф зуба окружности, $i = 0, 1, 2, \dots, m$.

Отметим также, что хорда $r_{\text{ш}}$ связана с радиусом $r_{\text{ш}}$ окружности равенством

$$r_{\text{ш}} = 2\sqrt{r_{\text{ш}}^2 - \Delta l^2},$$

где Δl – расстояние между хордой и диаметром аппроксимирующей шлиф окружности.

Формула (1) теоретически обосновывает связь указанных в ней переменных с параметрами, непосредственно связанными со структурой ТТЗ, через определение вероятности попадания ДТ под радиус и, следовательно, под площадь сканирующего электрода, координаты которого фиксируются. Поэтому (1) – вспомогательная для решения задачи синтеза ФММ при использовании электрического ЗС на основе измерительного уравнения [3], [9] вида

$$R_i(\varphi) = \rho L(\varphi) / S(\varphi), \quad (2)$$

где $R_i(\varphi)$ – искомое сопротивление в измеряемой точке r_i , положение которой на шлифе зависит от угла φ , определяющего направление расхождения ДТ в ТТЗ [3]; ρ – коэффициент пропорциональности, определяемый далее по тексту; $L(\varphi)$ – усредненная длина ДТ, пронизывающих шлиф и попадающих в пределы поперечного сечения электрода; $S(\varphi)$ – суммарная площадь проводящей части ДТ, находящихся в пределах поперечного сечения электрода в зависимости от угла $\varphi \in [\varphi_{1\text{max}}, \varphi_{2\text{max}}]$.

Напомним, что коэффициент пропорциональности ρ в (2) определяется через удельную проводимость γ электролита и соответствует удельному сопротивлению единичной ДТ, заполненной электролитом, в виде

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{nq\alpha(b_+ + b_-)},$$

где n – концентрация молекул электролита, находящегося в ДТ шлифа; q – заряд носителя тока; α – коэффициент диссоциации; b_+ и b_- – коэффициенты подвижности положительных и отрицательных ионов электролита CaCl_2 .

Усредненная длина $L(\varphi)$ ДТ, попадающих в пределы поперечного сечения электрода L , связана с толщиной шлифа зуба h_0 и углом наклона ДТ φ равенством [3]

$$L(\varphi) = h_0 / \cos(\varphi),$$

где h_0 – толщина исследуемого шлифа, в пределах которой при $\varphi = 0$ выполняется равенство $L(0) = h_0$.

Суммарная площадь $S(\varphi)$ проводящей части ДТ, попадающих при измерении под поперечное сечение электрода, для любой точки на шлифе (исключая эмаль зуба) должна определяться в соответствии с равенством

$$S(\varphi) = S_{\text{cp}} n_{si}(\varphi, S_3), \quad (3)$$

где $\varphi \in [\varphi_{1\text{max}}, \varphi_{2\text{max}}]$; S_{cp} – средняя площадь поперечного сечения ДТ; $n_{si}(\varphi, S_3)$ – число ДТ, попадающих под площадь электрода S_3 в пределах анализируемого отрезка $[r_i, r_{i+1}]$, в зависимости от угла φ .

Статистически оценка вероятности (1) для фиксированной точки r_i шлифа осуществляется в соответствии с равенством

$$P(r_i - r_3 \leq r_i \leq r_i + r_3) = n_{si}(\varphi, 2r_3) / N_{\text{ДТЭ}i}, \quad (4)$$

где $N_{\text{ДТЭ}i}$ – общее число ДТ, которые укладываются в выделенной на шлифе полосе шириной $2r_3$, совпадающей с анализируемым отрезком $[r_i, r_{i+1}]$ прямой при строчном сканировании поверхности шлифа.

Учитывая тот факт, что число ДТ $n_s(\varphi, S_3)$, попадающих под площадь электрода S_3 , связано с числом ДТ $n_s(\varphi, 2r_3)$, совпадающих с диаметром электрода шириной $2r_3$, вместо (3) воспользуемся равенством

$$S(\varphi) = S_{\text{cp}} \beta(r_3) n_s(\varphi, 2r_3)$$

или, с учетом (4), получим

$$S(\varphi) = S_{\text{cp}} \beta(r_3) N_{\text{ДТЭ}i} P(r_i - r_3 \leq r_i \leq r_i + r_3),$$

где $\beta(r_3)$ – некоторая корректирующая функция, зависящая от радиуса электрода r_3 , которая вносит поправку в результаты расчета суммарной площади $S(\varphi)$ и стремится к единице при стремлении к нулю радиуса r_3 .

Заметим, что из равенства (4) следует, что площадь $S(\varphi)$ при движении электрода по прямой, согласно строчной развертке, в точке r_i для конкретного исследуемого шлифа зуба и, следовательно, при прочих фиксированных параметрах, зависит только от угла φ , определяющего положение электрода относительно установленной точки с минимальным значением сопротивления. В результате искомая ФММ, описывающая струк-

туру ТТЗ в соответствии с функцией (2), которая связывает измеряемое сопротивление с динамикой ДТ, принимает вид

$$R(r_i, \varphi) = \rho_0 / [\cos(\varphi) \beta(r_3) P(r_i - r_3 \leq r_i \leq r_i + r_3)], \quad (5)$$

где $\rho_0 = (\rho h_0) / (S_{cp} N_{ДТ \varnothing i})$ – параметр с единицами измерения сопротивления [Ом] или [кОм] для конкретного исследуемого шлифа в пределах отрезка $[r_i, r_{i+1}]$ есть постоянная величина с точностью до допустимых значений влияющих факторов.

При этом напомним, что, как это следует из условий вывода (5), решение задачи синтеза ФММ определяет ось ориентации зуба, r_3 – радиус электрода; h_0 – толщина шлифа; φ – угол наклона ДТ относительно высоты аппроксимирующего конуса [3] и прочие, указанные в (1) и (5), параметры, информацию о значениях которых получают при предварительном проведении геометрических измерений, а также в результате решения задачи идентификации (будет рассмотрена в следующей части статьи) на основе полученной ФММ и результатов измерений с использованием КИИК.

При решении задачи идентификации ФММ (5) следует обратить внимание на корректирующую функцию $\beta(r_3)$, которая будет вносить методическую составляющую погрешности, не устраняемую в результате идентификации ФММ по экспериментальным данным. В связи с этим для устранения указанной составляющей погрешности необходимо скорректировать (1) с учетом того, что под площадь электрода S_3 непосредственно попадает число ДТ $n_s(\varphi, S_3)$, а не $n_s(\varphi, 2r_3)$. Для коррекции формулы (1) воспользуемся известным равенством

$$S_3 = \pi r_i^2, \quad 0 < r_i \leq r_3, \quad (6)$$

где r_i – случайная величина, описывающая распределения ДТ в пределах площади электрода S_3 , так как она зависит от случайно изменяющихся углов ДТ в дентине, имеющих равномерное распределение вероятностей [3] в пределах угловой апертуры асимметричного створа ДТ раstra рассматриваемой локальной области $U_{\varepsilon_{\min} i}(x)$.

Для случайной величины r_i ПРВ с учетом вывода, выполненного в [3], имеет вид

$$w(r_i) = \frac{h_{di}}{(\varphi_{1_{\max} i} + \varphi_{1_{\max} i}) (h_{di}^2 + r_i^2)},$$

где h_{di} – ось роста зуба или высота аппроксимирующего распределение ДТ в пределах локальной области $U_{\varepsilon_{\min} i}(x)$ конуса [3, рис. 6]; $\varphi_{2_{\max}} + \varphi_{1_{\max}}$ – угловая апертура асимметричного створа ДТ, формируемого относительно локального минимума $x_{0_{i_{\min}}}$ в пределах i -й локальной области $U_{\varepsilon_{\min} i}(x)$.

Используя известную методику вычисления ПРВ функции от случайного аргумента [10] (см. также [3]) для определения ПРВ ДТ в пределах S_3 , найдем функцию, обратную (6), в виде

$$r_i(S_3) = \sqrt{\frac{S_3}{\pi}},$$

производная которой равна

$$\frac{dr_i(S_3)}{dS_3} = \frac{1}{2\sqrt{\pi S_3}}.$$

Следовательно, согласно общей формуле [10] (см. также [3]), искомая ПРВ имеет вид

$$w(S_3) = \frac{h_{di}}{2\sqrt{\pi S_3} \varphi_{i_{\max}} (h_{di}^2 + r_i^2)}$$

или с учетом (6) получим

$$w(\pi r_i^2) = \frac{h_{di}}{2\pi r_i \varphi_{i_{\max}} (h_{di}^2 + r_i^2)},$$

где $\varphi_{i_{\max}} = \varphi_{1_{\max}} + \varphi_{2_{\max}}$.

Тогда для нахождения искомой вероятности попадания ДТ под площадь электрода S_3 воспользуемся формулой

$$P(r_i - r_3 \leq r_i \leq r_i + r_3) = \frac{1}{2\pi \varphi_{i_{\max}}} \int_{r_i - r_3}^{r_i + r_3} \frac{h_{di}}{r_i (h_{di}^2 + r_i^2)} dr_i. \quad (7)$$

Для взятия интеграла в (7) простейшими алгебраическими преобразованиями с заменой переменной вида $x = (r_i/h_{di})^2$ и переходом к новым пределам интегрирования выражение (7) преобразуем к табличному интегралу

$$P(r_i - r_3 \leq r_i \leq r_i + r_3) = \frac{1}{4\pi h_{di} \varphi_{i_{\max}}} \int_{\left(\frac{r_i - r_3}{h_{di}}\right)^2}^{\left(\frac{r_i + r_3}{h_{di}}\right)^2} \frac{1}{x(1+x)} dx. \quad (8)$$

Номер графика из рис. 6	Параметры, входящие в (10)					
	$\rho h_0 / (S_{cp} N_{ДТi})$	h_{di} см	Φ_{max}	μ_3	$\Delta\mu_i$	μ_3
1	0.1	0.6	0.25π	0.035	1	0.035
2	0.1	0.6	0.25π	0.035	1.5	0.035
3	0.1	0.6	0.25π	0.05	1	0.05
4	0.2	0.6	0.25π	0.035	1	0.035

Интегрирование в (8) с вводом нормированной переменной $\mu_i = (r_i/h_{di})$, а также с учетом выполнения простейших алгебраических преобразований и смещения локального минимума $x_{0i_{min}}$ относительно середины отрезка $[r_i, r_{i+1}]$ на нормированную величину $\Delta\mu_i = (\Delta r_i/h_{di})$ приводит к результату

$$P(\mu_i - \mu_3 \leq \mu_i \leq \mu_i + \mu_3) = \frac{1}{4\pi h_{di} \Phi_{i_{max}}} \ln \left[\frac{z_{i+}^2 (1 + z_{i-}^2)}{z_{i-}^2 (1 + z_{i+}^2)} \right], \quad (9)$$

$$-\mu_{iш} \leq \mu_i \leq \mu_{iш},$$

где $z_{i+} = \mu_i + \Delta\mu_i + \mu_3$; $z_{i-} = \mu_i + \Delta\mu_i - \mu_3$.

Используя (9), представим ФММ (5) в следующем уточненном виде:

$$R(r_i, \varphi) = \rho_0 / [\cos(\varphi) P(\mu_i - \mu_3 \leq \mu_i \leq \mu_i + \mu_3)], \quad (10)$$

где $\rho_0 = \rho h_0 / (S_{cp} N_{ДТi})$ – параметр, определяемый в соответствии с (5).

Как следует из (10), уточненная формула для определения вероятности попадания ДТ под площадь электрода позволяет избавиться от корректирующей функции $\beta(r)$ в итоговой ФММ, в соответствии с которой измеряемое сопротивление в точке r_i зависит от постоянной ρ_0 с точностью до учета влияющих факторов.

Для того чтобы теоретически оценить динамику возможных изменений сопротивления в пределах исследуемого шлифа и тем самым получить общие знания о структуре ДТ в ТТЗ, на рис. 6 приведены графики изменения сопротивления, полученные по результатам расчета в соответствии с (10) для разных параметров, значения которых указаны в таблице. Шаг дискретизации в расчетах – 0.1 мм, общее число шагов при дискретизации – 200.

На рис. 6 представлено семейство графиков 1–4, полученных в соответствии с таблицей.

Как следует из качественного анализа рис. 6 (по оси y отложено сопротивление, по оси x – количество шагов; шаг дискретизации – 0.04 мм) и рис. 4, график 1, приведенный на рис. 6, наиболее близок по форме к графику 1 (см. рис. 4), построенному по результатам эксперимента. Результаты

параметрической идентификации разработанной ФММ по реальной зависимости сопротивления от распределения ДТ в ТТЗ, полученной в результате эксперимента в пределах погрешности измерений по установленному сечению шлифа, приведена на рис. 7 (по оси y отложено сопротивление, по оси x – количество шагов (шаг дискретизации – 0.4 мм): 1 – расчет; 2 – эксперимент).

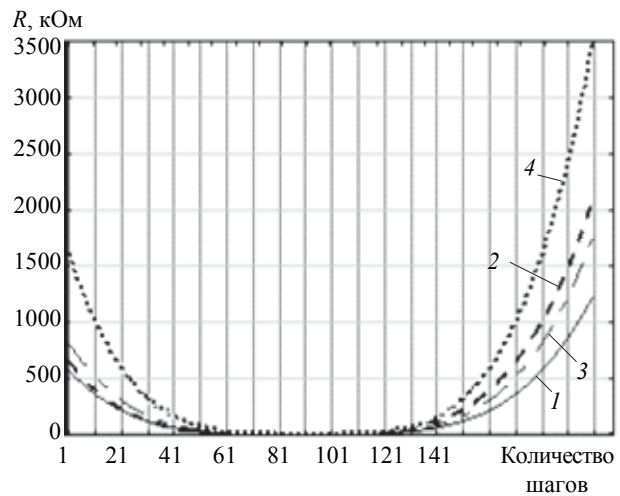


Рис. 6

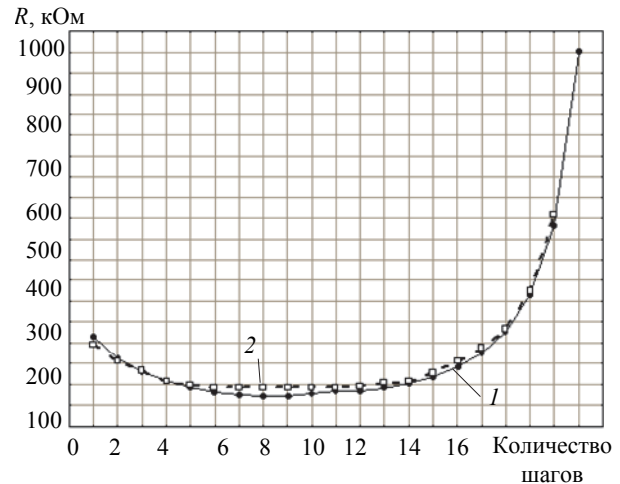


Рис. 7

Из анализа рис. 6 и 7 следует вывод об адекватности уточненной в настоящей статье ФММ ТТЗ в виде (10). Однако сам процесс, в данном случае параметрической идентификации полученной ФММ ТТЗ, требует отдельного рассмотрения, теория и результаты которого будут представлены в следующей части статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванова Г. Г., Касумова М. К., Тихонов Э. П. Информационные технологии при идентификации структуры твердых тканей зубов в системном представлении: исходные сведения, анализ достигнутых результатов и общая постановка задачи // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 5. С. 89–101.
2. Игнатъев М. Б. Теория сложных систем и кибернетическая картина мира // Информатика и ее применение. 2011. Т. 5, вып. 2. С. 58–68.
3. Касумова М. К., Тихонов Э. П. Информационные технологии при идентификации структуры твердых тканей зубов в системном представлении: разработка физико-математической модели на основе электрического зондирующего сигнала // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 6. С. 90–101.
4. Дигитайзеры и их устройства. URL: http://sd-company.ru/article/computers/project_management_device/ (дата доступа 27.06.18).
5. Золотарев В. М. Структурная организация дентиновых трубочек в коронковой зоне зуба // Ин-т стоматологии. 2006. № 2 (31). С. 78–80.
6. Золотарев В. М. Интерференция света в композиционных системах на основе упорядоченных анизотропных волокон. Ч. 1: Физические основы // Опт. журн. 2002. Т. 69, № 3. С. 10–14.
7. Быков В. Л. Гистология и эмбриология органов полости рта человека. СПб.: Спец. лит., 1999. 247 с.: ил.
8. Иванова Г. Г., Касумова М. К., Тихонов Э. П. Цифровые измерения и компьютерная визуализация структуры дентина посредством электрометрии // Ин-т стоматологии. 2018. № 2 (79). С. 112–116.
9. Ремизов А. Н. Медицинская и биологическая физика: учеб. для мед. спец. вузов. 3-е изд. испр. М.: Высш. шк., 1999. 616 с.: ил.
10. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / В. Г. Володин, М. П. Ганин, И. Я. Динер и др.; под общ. ред. А. А. Свешникова. М.: Наука, ГРФМЛ, 1965. 632 с.: ил.

G. G. Ivanova, M. K. Kasumova
Saint Petersburg Dental Institute of Postgraduate Training

E. P. Tikhonov
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

INFORMATION TECHNOLOGIES IN IDENTIFYING THE STRUCTURES
OF DENTAL HARD TISSUES UNDER SYSTEMIC CONCEPTION:
the specified physics-mathematical model aimed at its identification

For specifying the physics-mathematical model (PMM) of the dental hard tissues (DHT) aimed at its further identification, the results of measurements of tooth slice parameters are presented and analyzed on the base of the coordinate-information-measurement complex (CIMC). By its functional purpose the CIMC is analogous to a digitizer, but differs in that the CIMC at each point transforms into digital code the resistance value of the investigated object. Thus the measured parameters are the values of active resistances at discrete slice points resulting from line-by-line or other scanning of the tooth slice surface. The results of comparing the application of electrical acoustic signal and the X-ray tomography are presented, as well as recommendations allowing to decrease the measurement error caused by influencing factors in performing the experiment with an electrical acoustic signal. On the basis of experiment results the form and parameters of the DHT approximating cone structure in the synthesis of DHT PMM are specified. Through generating the graphical image of the investigated bio-object on the base of the electrical acoustic signal the fractal regularity of the DHT structure has been revealed.

Coordinate-information-measurement complex, physics-mathematical model, influencing factor, measurement error, experimental data, fractal regularity